



2015

Pracoviště:

Regionální inovační centrum elektrotechniky

Výzkumná zpráva č.: 22190 – 007 – 2015

Využití fázorového diagramu synchronního stroje pro odhad výpočtářských veličin v jeho návrhu

| Druh úkolu: | vědecko-výzkumný |
|----------------|--------------------------|
| Řešitelé: | Ing. Karel Hruška, Ph.D. |
| Vedoucí úkolu: | Ing. Pavel Dvořák, Ph.D. |
| Počet stran: | 23 |
| Datum vydání: | 29. 2. 2016 |
| Revize: | 1.1 |

Poznámka: Tento výzkum je financován za pomoci grantu CZ.1.05/2.1.00/03.0094 "Regionální inovační centrum elektrotechniky" (RICE), projektem TAČR TE02000103 a SGS-2015-038.

Anotace

Tato zpráva se zabývá využitím fázorového diagramu synchronního stroje s vyniklými póly pro prvotní odhad veličin nutných pro jeho elektromagnetický výpočet. Na základě obecného fázorového diagramu je zde odvozen tvar fázorového diagramu pro řízení stroje s I_d = 0 a provedena jeho následná analýza.

Seznam symbolů a zkratek

| B_{δ} | amplituda indukce ve vzduchové mezeře | [<i>T</i>] |
|------------------------|---|---------------|
| C_{d1} | činitel zkreslení magnetického pole statoru v ose d | [-] |
| C_{q1} | činitel zkreslení magnetického pole statoru v ose q | [-] |
| f | napájecí frekvence stroje | [<i>Hz</i>] |
| i | proud strojem | [p. u.] |
| Ι | proud strojem | [A] |
| I _d | d-složka proudu strojem | [A] |
| I _n | jmenovitý proud strojem | [A] |
| Iq | q-složka proudu strojem | [A] |
| k _E | činitel vinutí elektromotorické síly | [-] |
| <i>k</i> _{v1} | činitel vinutí základní harmonické | [-] |
| Ι | délka paketu stroje | [<i>m</i>] |
| т | počet fází vinutí | [-] |
| М | moment na hřídeli | [Nm] |
| Ns | počet závitů vinutí v sérii | [-] |
| р | počet pólpárů stroje | [-] |
| P_i | vnitřní výkon stroje | [VA] |
| r a | odpor kotvy stroje | [p. u.] |
| Ra | odpor kotvy stroje | [Ω] |
| tρ | pólová rozteč stroje | [<i>m</i>] |
| и | fázové napětí stroje | [p. u.] |
| U ib | indukované napětí stroje | [p. u.] |
| U | fázové napětí stroje | [V] |
| U _{ib} | indukované napětí stroje | [V] |
| Un | jmenovité fázové napětí stroje | [V] |
| Xa | příčná reaktance stroje | [p. u.] |

| Rev. | 1 | .1 |
|------|---|----|
| | _ | |

| Xσ | rozptylová reaktance | [p. u.] |
|-----------------|--|----------------|
| X_{ad} | podélná reaktance kotvy stroje | [Ω] |
| X_{aq} | příčná reaktance kotvy stroje | [Ω] |
| X _{aσ} | rozptylová reaktance kotvy stroje | [Ω] |
| X _d | podélná reaktance stroje | [Ω] |
| X_{dif} | diferenční rozptyl stroje | [Ω] |
| X_q | příčná reaktance stroje | [Ω] |
| X_{μ} | magnetizační reaktance | [Ω] |
| $lpha_\delta$ | elektromagnetický činitel pólového krytí | [-] |
| β | zátěžný úhel stroje | [rad, °] |
| δ" | elektromagnetická velikost vzduchové mezery s uvažovaním | |
| | drážkování a sycení magnetického obvodu | [-] |
| λ_c | činitel rozptylu čel vinutí | [-] |
| λ_d | činitel drážkového rozptylu | [-] |
| φ | fázový úhel stroje | [rad, °] |
| μ_0 | permeabilita vakua | [<i>H/m</i>] |
| T dif | činitel diferenčního rozptylu | [-] |
| ψ | vnitřní fázový úhel stroje | [rad, °] |
| ω | úhlová rychlost otáčení | [rad/s] |

Obsah

| Anotace2 |
|---|
| Seznam symbolů a zkratek |
| 1 Úvod6 |
| 1.1 Obecný fázorový diagram synchronního stroje6 |
| 1.2 Fázorový diagram synchronního motoru řízeného s proudem I_d = 010 |
| 2 Analýza fázorového diagramu synchronního stroje řízeného s $I_d = 0$ 12 |
| 2.1 Asociativita konstrukce fázorového diagramu a vliv rozdílnosti reaktancí X_d a X_q na |
| fázorový diagram stroje řízeného s I_d = 012 |
| 2.2 Důkaz určujícího významu X_q pro fázorový diagram synchronního stroje řízeného |
| s <i>I_d</i> = 014 |
| 2.2 Použití fázorového diagramu synchronního stroje řízeného s I_d = 0 pro návrh |
| synchronního stroje s permanentními magnety15 |
| 2.3 Analýza proveditelnosti a obor vhodných hodnot u_{ib} a x_q 18 |
| 3 Závěr |
| Historie revizí |

1 Úvod

1.1 Obecný fázorový diagram synchronního stroje

Obecný fázorový diagram synchronního stroje využívá analýzy jeho náhradního schématu (viz obr. 1) a rozdělení geometrie synchronního stroje obecně do dvou os – osy podélné a příčné (Blondel, 1895). [2], [3] V obou těchto osách se synchronní stroj projevuje obecně odlišnými reaktancemi X_d



(podélná reaktance stroje) a X_q (příčná reaktance stroje), které jsou definovány jako součet podélné, resp. příčné reaktance kotvy X_{ad} a X_{aq} a rozptylové reaktance stroje $X_{a\sigma}$:

$$X_{a} = X_{aa} + X_{a\sigma}$$
(1)
$$X_{a} = X_{aa} + X_{a\sigma}$$
(2)

Rozptylová reaktance stroje je svázána pouze s topologií statorového vinutí a geometrií statorové drážky, dle vztahu:

$$X_{a\sigma} = 4\pi\mu_0 \frac{N_s^2}{pq} l(\lambda_d + \lambda_c)f + X_{dif}$$
⁽³⁾

kde N_s je počet závitů vinutí v sérii,

- *p* je počet pólpárů stroje,
- q je počet drážek na pól a fázi daného vinutí,
- λ_d je činitel drážkové vodivosti (určuje se separátně pro různé typy drážek),
- λ_c je činitel rozptylové vodivosti čel (závisí na topologii čel a vinutí),
- *l* je délka drážkové části stroje,
- f je napájecí frekvence stroje

a *X_{dif}* je diferenční rozptyl vinutí, jak bude dále uvedeno.

Dle vztahu (3) tedy rozptylová reaktance kotvy nezávisí na velikosti vzduchové mezery (kromě parametru X_{dif} , jak bude uvedeno dále) a tedy se projevuje shodně v osách *d* i *q*.

Reaktance kotvy v příčné a podélné ose stroje pak závisí (kromě topologie vinutí) zejména na samotných geometrických rozměrech stroje. [1] Obecně je lze určit z magnetizační reaktance, která je:

$$X_{\mu} = 4\mu_0 \cdot \frac{m}{\pi} \cdot \frac{\left(N_s k_{\nu 1}\right)^2}{p} \cdot \frac{t_p l}{\delta''} \cdot f \quad (4)$$

kde *m* je počet fází vinutí,

 t_p je pólová rozteč stroje,

a δ " je velikost vzduchové mezery s uvažováním drážkování a saturace železa.

Vzhledem k odlišné velikosti vzduchové mezery strojů s vyniklými póly pak lze samostatně určit na základě rozdílné vzduchové mezery podélnou a příčnou reaktanci kotvy jako:

$$X_{ad} = C_{d1} X_{\mu} \tag{5}$$

$$X_{aq} = C_{q1} X_{\mu}$$
 , (6)

kde C_{d1} a C_{q1} jsou činitelé amplitudy základní harmonické v osách d a q.

Činitelé C_{d1} a C_{q1} jsou v řadě případů tabelizováni v dostupné literatuře (např.: [3], [4]), nicméně téměř vždy jde o činitele zjištěné na základě měření pro elektricky buzené synchronní stroje s vyniklými póly. Rozsah hodnot těchto činitelů je pak cca 0,3 – 0,5 pro C_{q1} a 0,75 – 0,9 pro C_{d1} . Jako alternativní přístup lze použít proměnlivost vzduchové mezery, pak lze určit podélnou a příčnou reaktanci kotvy stroje jako

$$X_{\mu d} = 4\mu_0 \cdot \frac{m}{\pi} \cdot \frac{\left(N_s k_{\nu 1}\right)^2}{p} \cdot \frac{t_p l}{\delta_d} \cdot f$$
⁽⁷⁾

$$X_{\mu q} = 4 \mu_0 \cdot \frac{m}{\pi} \cdot \frac{\left(N_s k_{\nu 1}\right)^2}{p} \cdot \frac{t_p l}{\delta_q''} \cdot f \quad ,$$
(8)

kde δ''_{d} a δ''_{q} je velikost vzduchové mezery v osách *d* a *q*.

Získané magnetizační reaktance ve vztazích (7) a (8) je pak vhodné upravit dle konkrétního tvaru pole, který závisí na dané topologii stroje a lze jej určit za pomoci metody konečných prvků. V případě takto získaných reaktancí ale bude upravující činitel shodný, v případě strojů s permanentními magnety též velmi blízký jedné.

Diferenční rozptylová reaktance je pak reaktancí, která je spjata s obsahem vyšších harmonických v magnetickém poli vzduchové mezery. Její velikost je odvozena též od magnetizační reaktance, nicméně závisí zejména na činiteli diferenčního rozptylu, který je závislý na topologii daného vinutí. Pro diferenční rozptylovou reaktanci platí vztah

$$X_{dif} = \tau_{dif} X_{\mu} \quad , \tag{9}$$

kde τ_{dif} je činitel diferenčního rozptylu magnetického pole.

Jak je zřejmé z předchozího textu, podélná a příčná reaktance synchronních strojů závisí nepřímo na velikosti vzduchové mezery a podobou závislost má i diferenční rozptylová reaktance. V případě permanentních magnetů, kde materiál permanentních magnetů má velmi podobné magnetické vlastnosti jako vzduch je pak velikost δ" součtem mechanické

velikosti vzduchové mezery a tloušťky permanentních magnetů.

V reálných elektrických strojích se tak lze setkat se třemi možnými relacemi mezi zmiňovanými reaktancemi:

- X_d = X_q tato relace se objevuje v synchronních strojích s hladkým rotorem (elektricky buzených) a v synchronních strojích s povrchově uloženými permanentními magnety bez mezipólových zubů
- 2. X_d > X_q tato relace se objevuje v elektricky buzených synchronních strojích s vyniklými póly, v reluktančních synchronních strojích a v synchronních strojích s permanentními magnety s vyniklými póly a radiálně uloženými magnety
- 3. $X_d < X_a$ výhradně v synchronních strojích s permanentními magnety, může podpovrchových přičemž iít 0 řadu uložení permanentních magnetů, ale i o povrchově uložené permanentní magnery, kde mezi jednotlivými póly je na rotoru vytvořen mezipólový zub.



Obr. 2: Fázorový diagram synchroního stroje s vyniklými póly; přebuzený generátorický režim, X_d>X_q

Ve všech těchto případech je možné aplikovat obecný fázorový diagram synchronního stroje, který uvažuje rozdílnost reaktancí v osách d a q(viz obr. 2, tzv. Sumcova konstrukce). Tento fázorový diagram, zanesený v komplexní rovině s reálnou osou orientovanou svisle a imaginární osou záorientovanou V porném vodorovném směru, vychází z orientasvorkového napětí се napětí do reálné osy a fázového proudu do

směru odpovídajícího účiníku stroje. Ke statorovému napětí je v koncovém bodě jeho fázoru přičten napěťový úbytek na odporu $R_a\bar{l}$ ve směru shodném s orientací proudu a ve směru kolmém k orientaci proudu jsou k počátečnímu bodu napěťového úbytku vyneseny úbytky na podélné reaktanci $jX_d\bar{l}$ a příčné reaktanci $jX_q\bar{l}$.

Indukované napětí \overline{U}_{ib} v tomto fázorovém diagramu lze pak nalézt na přímce, procházející počátkem souřadné soustavy a počátečním bodem fázoru $jX_q\overline{l}$. Koncovým bodem fázoru indukovaného napětí \overline{U}_{ib} zde je pata kolmice vznesené z uvedené přímky k počátečnímu bodu $jX_d\overline{l}$. Orientace napětí \overline{U}_{ib} pak splývá s orientací příčné osy ve stroji – osy q, neboť budící proud přítomný na pólech synchronního stroje – tedy v ose d, vytváří magnetický tok Φ , v jehož důsledku se dle Faradayova zákona

$$u_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad , \tag{10}$$

indukuje napětí fázově posunuté o 90° elektrických. Osa *d* je tak fázově zpožděna za osou *q* o 90° elektrických a ve fázorovém diagramu je na tuto osu kolmá. Vyčerpávající popis konstrukce a možné následné analýzy fázorového diagramu synchronního stroje pak lze nalézt v dostupné literatuře.

Po provedení uvedené konstrukce fázorového diagramu lze z diagramu přímo určit tzv. zátěžný úhel stroje β a jeho vnitřní účiník daný úhlem mezi indukovaným napětím \overline{U}_{ib} a proudem \overline{I} – úhlem ψ . Za pomoci vnitřního účiníku stroje cos ψ pak lze určit přímo jeho vnitřní výkon jako

$$P_i = m \bar{U}_{ib} \bar{I} \cos \psi \quad . \tag{11}$$

Z rozkladu proudu \overline{I} do os *d* a *q* pak lze určit, že součin velikosti fázového proudu a vnitřního účiníku stroje je vlastně *q* složkou proudu \overline{I} , tedy

$$\bar{I}_a = \bar{I}\cos\psi \quad . \tag{12}$$

Předpokládáme-li, že vnitřní výkon synchronního stroje je shodný s jeho mechanickým výkonem, lze psát

$$M = \frac{P_i}{\omega} = \frac{m}{\omega} U_{ib} I \cos \psi = \frac{m}{\omega} U_{ib} I_q$$
(13)

Z pohledu rovnice (13) při konstantním buzení se tak q složka proudu \overline{I} stává složkou, za pomoci které lze regulovat velikost momentu stroje. Díky tomuto faktu je tato složka proudu často nazývána "momentotvornou" složkou proudu \overline{I} .

1.2 Fázorový diagram synchronního motoru řízeného s proudem $I_d = 0$

Rozklad proudu *I* do složek v osách *d* a *q* se s výhodou používá zejména pro řízení synchronních strojů s permanentními magnety. [5] Tyto stroje se ve většině případů používají jako synchronní motory napájené z měničů a tedy se, zejména z důvodů úspory materiálů permanentních magnetů, navrhují jako stroje mírně podbuzené. Pro zjednodušení další analýzy předpokládejme stroj s povrchově uloženými permanentními magnety a reaktancemi $X_d = X_q$. (v tomto případě koncový bod fázoru \overline{U}_{ib} splývá s koncovým bodem fázoru $jX_d\overline{I}$). Fázorový diagram takovéhoto stroje v obecném stavu je uveden na obr. 3.



Obr. 4: Rozklad proudu l do os d a q



Obr. 3: Fázorový diagram synchronního motoru; podbuzený stav, $X_d = X_q$ Z výše uvedeného fázorového diagramu pak vyplývá rozklad proudu \overline{I} na složky \overline{I}_d a \overline{I}_q na obr. 4. Při hlubší analýze tohoto rozkladu je zřejmé, že moment stroje vytváří pouze složka \overline{I}_q , jejíž velikost je

$$\bar{I}_{q} = \bar{I} \cos \psi \tag{14}$$

Složka proudu \bar{l}_d tedy pro samotnou tvorbu momentu není nutná. Zároveň je složka proudu \bar{l}_q podle (14) vždy menší nebo rovná celkové velikosti fázoru proudu \bar{l} . Omezíme-li tedy složku proudu \bar{l}_d na její minimum, ideálně na $\bar{l}_d = 0$, dojde celkově k poklesu proudu spotřebovávaného strojem, a tedy ke snížení ztrát stroje a navýšení jeho účinnosti, a to i přes pokles účiníku stroje.

Na základě uvedených znalostí lze při znalosti polohy rotoru vytvořit řízení stroje s proudem $\bar{I}_d = 0$, které vede k navýšení účinnosti stroje i souvisejících výkonových komponent, neboť dojde k omezení velikosti odebíraného proudu. Fázorový diagram takto

řízeného stroje je uveden na obr. 5. Vzhledem k tomu, že takto řízený stroj spotřebovává nejmenší možný proud (veškerý proud je použit pro tvorbu momentu stroje), jde o případ optimální pro návrh daného stroje. Návrh optimálně buzeného synchronního stroje by tedy měl vycházet z fázorového diagramu na obr. 5, případně z jeho relevantního derivátu. Zároveň by po dokončení návrhu stroje měly parametry náhradního schématu stroje vést ve jmenovitém provozním bodu stroje na fázorový diagram uvedený v obr. 5. Z uvedeného fázorového diagramu dále vyplývá, že řízení synchronního motoru s $\bar{I}_d = 0$ neumožňuje dosažení účiníku cos $\varphi = 1$ ani vstup do





přebuzeného režimu synchronního motoru, neboť pak by muselo platit

$$iX_{d}\overline{I} \leq 0$$

(15)

Po další analýze pak lze dokázat, že uvedeným způsobem lze ze stejného důvodu též řídit pouze podbuzený synchronní generátor.

2 Analýza fázorového diagramu synchronního stroje řízeného s $I_d = 0$

2.1 Asociativita konstrukce fázorového diagramu a vliv rozdílnosti reaktancí X_d a X_q na fázorový diagram stroje řízeného s I_d = 0

Vzhledem k tomu, že obecný fázorový diagram je přesně definovanou konstrukcí vedoucí k žádanému výsledku, bylo postupem času dokázáno, že takto provedená fázorový diagram není asociativní – a tedy získaná velikost indukovaného napětí ve stroj a jednotlivých úhlů uvnitř stroje záleží na pořadí provedení jednotlivých fázorových operací v průběhu konstrukce fázorového diagramu. V případě řízení stroje s \bar{I}_d = 0 pak existuje výjimka – v tomto případě se fázorový diagram synchronního stroje stává asociativním, a to i v případě rozdílných reaktancí stroje X_d a X_q . Důkaz tohoto faktu je uveden na obr. 6 a jeho příčinou je fakt, že v tomto případě ve fázorového proudu.



Obr. 6: Asociativita ve fázorovém diagramu synchronního stroje řízeného s $\overline{I}_d = 0$ Z obr. 6 je zřejmé, že nezáleží na tom, zda analyzujeme fázorový diagram, u něhož je od svorkového napětí \overline{U} odečten napěťový úbytek na statorovém odporu $R_a\overline{I}$ a následně napěťový úbytek na podélné reaktanci stroje $jX_d\overline{I}$ (konstrukce na obr. 6 vlevo) nebo naopak (obr. 6 vpravo). Výsledkem je vždy stejná velikost i orientace fázoru \overline{U}_{ib} . Pro další analýzu je pak zásadní konstrukce uvedená na obr. 6 vpravo – výsledkem je zde totiž jediný pravoúhlý trojúhelník s jedním vrcholovým úhlem odpovídajícím zátěžnému úhlu stroje β a zároveň fázovému posuvu mezi napětím a proudem φ. Předpokládejme nyní stroj s odlišnými reaktancemi X_d a X_q . V tomto případě udává směr indukovaného napětí koncový bod fázoru $jX_q\bar{l}$, indukované napětí je pak průmětem koncového bodu $jX_d\bar{l}$ do spojnice počátku souřadné soustavy a koncového bodu vektoru $jX_q\bar{l}$. V případě řízení stroje s $\bar{l}_d = 0$ ale dochází k situaci, kdy vektor proudu \bar{l} se promítá do směru vektoru \overline{U}_{ib} (osa q). Vektory $jX_d\bar{l}$ a $jX_q\bar{l}$ jsou pak na tuto osu kolmé. Máme-li tedy promítnout koncový bod vektoru $jX_d\bar{l}$ do osy q, pak tímto průmětem je právě průsečík (a nebo prodloužení) vektoru $jX_d\bar{l}$ s osou q, a tedy právě koncový bod vektoru $jX_q\bar{l}$. Důkaz této úvahy je uveden na obr. 7, jako důkaz asociativnosti i těchto případů jsou šedou barvou naznačeny i korektní konstrukce.



Obr. 7: Fázorové diagramy strojů s rozdílnými X_d a X_q při žízení s $\bar{I}_d = 0$. Vlevo případ $X_d > X_q$, vpravo $X_d < X_q$

Z fázorových diagramů na obr. 7 vyplývá, že zcela zásadní roli při určování velikosti \overline{U}_{ib} ve stroji navrženém pro řízení s $\overline{I}_d = 0$ hraje příčná reaktance stroje, tedy X_q . Případy ukázané na obr. 3 – 6, jsou tedy pouze zcela specifickými deriváty fázorového diagramu pro případ $X_d = X_q$ a i v těchto případech by měla být správně uvažována příčná reaktance stroje X_q , která je v tomto případě řídící reaktancí celého fázorového diagramu. Zároveň je zřejmé, že reaktanci X_d není nutné v dalším postupu uvažovat a analýza výsledných fázorových diagramů může být provedena pouze na základě parametrů \overline{U} , $R_a \overline{I}$, $jX_q \overline{I}$ a \overline{U}_{ib} .

2.2 Důkaz určujícího významu X_q pro fázorový diagram synchronního stroje řízeného s $I_d = 0$

Jako důkaz významu X_q jako určující reaktace pro konstrukci a další analýzu stroje řízeného s $I_d = 0$ lze použít obecný fázorový diagram zobrazený na obr. 2, respektive na obr. 8. Velikost fázoru indukovaného napětí v tomto fázorovém diagramu lze odvodit za pomoci rozkladu proudu na složky I_d a I_q a jim odpovídající napěťové úbytky na reaktancích stroje, které jsou vyznačeny úsečkami AB a BC. Předpokládáme-li známé svorkové napětí stroje U, lze k němu přičíst napěťový úbytek na odporu kotvy R_a . Ve fázorovém diagramu tak součet



Obr. 8: Obecný fázorový diagram synchronního stroje - konstrukce pro určení U_{ib}

$$\bar{U} + R_a \bar{I} \tag{16}$$

udává souřadnice bodu A v komplexní rovině. Souřadnice bodu B jsou dány velikostí a směrem úsečky AB. Ta je rovnoběžná s osou q a jde o průmět napěťového úbytku na reaktanci X_d do osy q. Velikost a směr tohoto napěťového úbytku je tedy

$$\vec{AB} = j X_d \bar{I}_d \quad . \tag{17}$$

Součtem (16) a (17) tedy dostáváme souřadnice bodu B v komplexní rovině. Po přičtení velikosti a směru úsečky BC se již dostáváme do bodu C, který odpovídá buzenému indukovanému napětí ve stroji. Velikost a směr úsečky BC je pak průmětem napěťového úbytku na reaktanci X_q do osy *d* a s využitím rozkladu proudu do složek *d* a *q* jej lze určit jako

$$\vec{\mathrm{BC}} = j X_q \overline{I}_q \quad . \tag{18}$$

Výsledné buzené napětí ve stroji je pak součtem rovnic (16) – (18): [2]

$$\bar{U}_{ib} = \bar{U} + R_a \bar{I} + \vec{AB} + \vec{BC} = \bar{U} + R_a \bar{I} + j X_d \bar{I}_d + j X_q \bar{I}_q$$
(19)

Předpokládáme-li \bar{I}_d = 0, pak rovnice (19) přechází do tvaru

$$\bar{U}_{ib} = \bar{U} + R_a \bar{I} + j X_q \bar{I}_q \tag{20}$$

a je zřejmé, že reaktanci X_d není třeba v tomto případě uvažovat.

2.2 Použití fázorového diagramu synchronního stroje řízeného s I_d = 0 pro návrh synchronního stroje s permanentními magnety

Předpokládejme nyní synchronní stroj s konstantním buzením (např. permanentními magnety) s libovolnou vyniklostí. Jak bylo ukázáno dříve, řídící reaktancí pro konstrukci a analýzu fázorového diagramu takovéhoto stroje je příčná reaktance stroje, X_q . Fázorový diagram používaný pro další analýzu je zobrazen na obr. 8. Takovýto fázorový diagram je tvořen pravoúhlým trojúhelníkem o přeponě U, jedné odvěsně velikosti $X_q I$ a druhé odvěsně o velikosti součtu $R_a I$ a U_{ib} . Úhel sevřený fázory U a U_{ib} je pak protilehlým úhlem k odvěsně $X_q I$ a jde zároveň o zátěžný úhel stroje β a zároveň o fázový posun mezi napětím na svorkách stroje a odebíraným proudem φ .



stroje řízeného s $\overline{I}_d = 0$

Kosinem tohoto úhlu je pak účiník stroje a lze tedy psát

$$\cos\phi = \frac{R_a I + U_{ib}}{U} \quad . \tag{21}$$

Zanedbáme-li odpor statorového vinutí (který se v poměrných jednotkách pohybuje v řádu procent), vychází

$$\cos\phi \simeq \frac{U_{ib}}{U} \tag{22}$$

Uvedený poměr je v návrhu stroje označován též jako činitel elektromotorické síly k_{E} a je definován jako poměr indukovaného napětí ve stroji ku jeho svorkovému napětí. Při zanedbání statorového odporu tedy vychází, že

$$\cos\phi \simeq \frac{U_{ib}}{U} = k_E \quad . \tag{23}$$

V počátku elektromagnetického návrhu synchronního stroje tedy lze předpokládat, že činitel elektromotorické síly stroje k_{E} je roven jeho účiníku, přičemž chyba vyplývající z tohoto odhadu je rovna velikosti statorového odporu v poměrných jednotkách a jde tedy o chybu v řádu jednotek procent. S použitím poměrných jednotek a při předpokladu jmenovitého napětí a jmenovitého proudu strojem pak lze na základě vztahu (25) pro účiník řešeného stroje psát:

Červen 2015

$$\cos\phi = r_a + u_{ib} \tag{24}$$

а

$$k_E = u_{ib} = \cos\phi - r_a \quad . \tag{25}$$

Výsledná hodnota k_{E} tedy bude rovna hodnotě účiníku zmenšené o poměrnou hodnotu velikosti statorového odporu. Činitel k_{E} tedy bude vždy o několik procent nižší, nežli účiník stroje cos φ .

V průběhu výpočtu stroje pak lze po určení parametrů náhradního schématu stroje obdržet přesnou hodnotu činitele elektromotorické síly k_{E} jako

$$k_{E} = \frac{U_{ib}}{U} = \frac{\sqrt{U^{2} - (X_{q}I)^{2} - R_{a}I}}{U} , \qquad (26)$$

kde lze při uvažování jmenovitého stavu, a tedy $U = U_n$ a $I = I_n$ zavést poměrné jednotky a vyjádřit výsledek jako

$$k_{E} = \sqrt{1 - x_{q}^{2} - r_{a}} = u_{ib} \quad .$$
⁽²⁷⁾

Výhodou uvedeného postupu je možnost ověření výpočtu stroje při dokončení iterace elektromagnetického výpočtu bez nutnosti konstrukce kompletního fázorového diagramu. Díky znalosti vztahů mezi jednotlivými veličinami ve fázorovém diagramu pak lze též předběžně určit i velikost vzduchové mezery stroje v ose *q*. Vyjdeme-li ze vztahu

$$X_{\mu q} = 4\mu_0 \cdot \frac{m}{\pi} \cdot \frac{(N_s k_{\nu 1})^2}{p} \cdot \frac{t_p l}{\delta_q''} \cdot f$$
⁽²⁸⁾

a znalosti indukovaného napětí ve stroji

$$U_{ib} = \sqrt{2\pi N_{s1} k_{v1} \Phi f} ,$$
 (29)

kde magnetický tok strojem lze zapsat jako

$$\Phi = \alpha_{\delta} B_{\delta} t_{p} l \quad , \tag{30}$$

vychází plocha vzduchové mezery pod jedním pólem po dosazení (30) do (25) a úpravě

$$t_p l = \frac{U_{ib}}{\sqrt{2}\pi N_s k_{v1} \alpha_\delta B_\delta f}$$
(31)

a magnetizační reaktance stroje v ose q je

$$X_{\mu q} = 2\sqrt{2} \cdot \frac{\mu_0}{\pi^2} \cdot \frac{m}{\alpha_\delta} \cdot \frac{N_s k_{\nu 1}}{p} \cdot \frac{U_{ib}}{B_\delta \delta_q''}$$
(32)

Odtud elektromagnetická velikost vzduchové mezery v ose $q \delta_q$ ":

$$\delta_q'' = 2\sqrt{2} \cdot \frac{\mu_0}{\pi^2} \cdot \frac{m}{\alpha_\delta} \cdot \frac{N_s k_{\nu 1}}{p} \cdot \frac{U_{ib}}{B_\delta X_{\mu q}}$$
(33)

Zanedbáme-li velikost statorového odporu ve fázorovém diagramu na obr. 8, lze psát

$$U^{2} = U_{ib}^{2} + (X_{q}I)^{2} , \qquad (34)$$

a tedy velikost příčné reaktance stroje je

$$X_q = \frac{\sqrt{U^2 - U_{ib}^2}}{I} \quad . \tag{35}$$

Za U_{ib} lze do (30) dosadit

$$U_{ib} = k_E U \tag{36}$$

a po úpravě vychází

Rev. 1.1

$$X_q = \frac{U}{I} \cdot \sqrt{1 - k_E^2} \quad . \tag{37}$$

Předpokládáme-li známou hodnotu rozptylové reaktance stroje x_{σ} (v poměrných jednotkách), pak je hodnota magnetizační reaktance v ose q přibližně

$$X_{\mu q} = (1 - x_{\sigma}) X_{q}$$
 (38)

Dosazením (32) do (33) a výsledku do (28) vychází velikost vzduchové mezery přibližně

$$\delta_q = \frac{2\sqrt{2}}{(1-x_\sigma)} \cdot \frac{\mu_0}{\pi^2} \cdot \frac{m}{\alpha_\delta} \cdot \frac{N_s k_{v1}}{p} \cdot \frac{U_{ib} I}{B_\delta U \sqrt{1-k_E^2}}$$
(39)

Do tohoto vztahu lze dále dosadit za U_{ib} z (36), čímž ze vtahu odpadá svorkové napětí, a při uvažování nominálního stavu stroje přechází proud *I* v proud *I*_n:

$$\delta_q = \frac{2\sqrt{2}}{(1-x_\sigma)} \cdot \frac{\mu_0}{\pi^2} \cdot \frac{m}{\alpha_\delta} \cdot \frac{N_s k_{v1}}{p} \cdot \frac{k_E}{B_\delta \sqrt{1-k_E^2}} I_n$$
(40)

Uvedený vztah tak lze využít pro prvotní odhad velikosti vzduchové mezery synchronního stroje v ose *q* tak, aby se výsledný fázorový diagram navrhovaného synchronního stroje po první iteraci co nejvíce blížil požadovanému výsledku. Přesnost odhadu provedeného na základě vztahu (40) pak závisí na několika faktorech:

- tvar magnetického pole stroje čím lépe se bude výsledné magnetické pole blížit sinusovému průběhu, tím přesnějšího odhadu bude dosaženo. Pro magnetická pole značně se lišící od sinusového průběhu pak lze očekávat odchylku až 15 procent.
- velikost činitele elektromotorické síly jak bylo uvedeno, díky znalosti štítkové hodnoty účiníku stroje lze tento činitel odhadnout s přesností jednotek procent.
- velikost poměrné hodnoty rozptylové reaktance stroje vzhledem k relativně velké elektromagnetické vzduchové mezeře synchronních strojů s permanentními magnety vychází hodnoty magnetizační reaktance synchronních strojů s permanentními magnety relativně malé, díky čemž rozptylové reaktance těchto strojů tvoří desítky procent celkové velikosti reaktance stroje. Uvedenou hodnotu lze na základě zkušenosti odhadnout s přesností cca 10 – 20 %.

Jak je zřejmé, při nedostatku vstupních hodnot může dojít až k 40 % odchylce vypočtené vzduchové mezery od výsledku návrhu, nicméně již po první iteraci výpočtu stroje lze

Červen 2015

zpřesnit jednak velikost činitele elektromotorické síly a jednak velikost poměrné hodnoty rozptylové reaktance stroje. Tento postup tak značně urychlí konvergenci výpočtového algoritmu pro návrh synchronního stroje s permanentními magnety neboť již v následující iteraci bude možné získat výsledky o cca 20 % přesnější.

2.3 Analýza proveditelnosti a obor vhodných hodnot u_{ib} a x_q

Jak bylo dříve uvedeno, pro stroj navrhovaný pro provoz s $I_d = 0$ je fázorový diagram vždy pravoúhlým trojúhelníkem. Zanedbáme-li statorový odpor R_a a hledáme-li tedy obor možných řešení tohoto problému za účelem nalezení koncového bodu fázoru Uib, vyznačí všechna možná řešení Thaletova kružnice s průměrem vyznačeným fázorem statorového napětí U. Uvedené řešení je zobrazeno na obr. 9. V tomto případě je pro další postup použito poměrných jednotek. Předpokládáme-li jmenovitý stav stroje, je svorkové napětí u = 1 p.u. a jmenovitý proud strojem i = 1 p. u.



Obr. 10: Fázorový diagram stroje řízeného s Ī_d = 0 a příslušná Thaletova kružnice

Pro takovýto pravoúhlý trojúhelník pak zřejmě platí relace

$$1 = x_q^2 + u_{ib}^2$$
 , (41)

kterou lze upravit na

$$u_{ib} = \sqrt{1 - x_q^2} \quad , \tag{42}$$

což odpovídá již dříve získanému výsledku v (27), kde je zřejmé, že u_{ib} též číselně odpovídá účiníku stroje. Vyneseme-li tuto relaci do grafu (obr. 10), je zřejmé, že výsledkem je čtvrtkružnice s počátkem v hodnotě $u_{ib} = 1 p. u.$ a konce v hodnotě $x_q = 1 p. u.$ Ze získané závislosti tedy vyplývá, že s rostoucím x_q prudce klesá indukované napětí stroje a tedy i jeho vnitřní výkon. Pro co nejefektivnější návrh stroje s vysokým vnitřním výkonem je tedy vhodné volit poměrně nízké hodnoty x_q , což se projeví jednak ve vysokých hodnotách u_{ib} a jednak ve vysokých hodnotách účiníku stroje. Zároveň jsou zřejmá další fyzikální

omezení návrhu stroje pro řízení s $\bar{I}_d = 0 - \text{stroj navr-}$ žený pro tento typ řízení a provozu nesmí mít příčnou reaktanci vyšší nežli 1 p. u. a zároveň nesmí být vyšší nežli 1 p. u. ani ani jeho indukované napětí Předpoklá- U_{ib} . dáme-li pak vývoj stroje s účiníkem vyšším, nežli 0,8, pak hodnota příčné reaktance stroje musí být nižší, nežli 0,6 p. u.



Obr. 11: Závislost poměrné hodnoty indukovaného napětí a účiníku na poměrné hodnotě příčné reaktance stroje

3 Závěr

Z analýzy fázorového diagramu stroje navrženého pro provoz s proudem $\bar{I}_d = 0$ vyplývá značné zjednodušení odhadu některých jeho výpočtových parametrů. Uvedené zjednodušení je založeno zejména na faktu, že fázorový diagram takto provozovaného stroje je tvořen pravoúhlým trojúhelníkem, jehož strany splývají se svorkovým napětím stroje *U*, napěťovým úbytkem na příčné reaktanci stroje $X_q I$ a indukovaným napětím U_{ib} , ke kterému je přičten relativně malý napěťový úbytek na statorovém odporu $R_a I$.

Na základě provedené analýzy pak lze výpočet navrhovaného synchronního stroje urychlit díky následujícím závěrům:

- Činitel elektromotorické síly lze v první iteraci výpočtu stroje prohlásit za shodný s jeho účiníkem, přičemž jeho výslednou hodnotu lze očekávat pouze o několik procent nižší a lze ji určit jako rozdíl účiníku stroje a velikosti statorového odporu v poměrných jednotkách.
- 2. V rámci výpočtu stroje není nutné konstruovat jeho kompletní fázorový diagram, ale na základě znalosti obecného fázorového diagramu lze za pomoci Pythagorovy věty a definičních vztahů pro vrcholové úhly pravoúhlého trojúhelníka určit významné kontrolní proměnné vyplývající z konstrukce fázorového diagramu účiník stroje a činitel elektromotorické síly.
- 3. Na základě odvozeného vztahu (40) lze na základě výpočtářských veličin odhadnout požadovanou velikost vzduchové mezery v ose q. Uvedený odhad je sice zatížen poměrně značnou chybou vyplývající z nedostatečné znalosti počátečních podmínek, nicméně umožňuje urychlení výpočtu a snížení počtu potřebných iterací.
- 4. Pro dosažení dobrého účiníku stroje a jeho vysokého vnitřního výkonu je nutné obdržet pokud možno co nejvyšší hodnotu indukovaného napětí, jehož nejvyšší teoretická hodnota může být 1 *p. u.* a s rostoucí příčnou reaktancí stroje prudce klesá. Pro dosažní účiníku 0,8 pak lze připustit hodnotu příčné reaktance x_q cca 0,6 p. u.

Seznam použité literatury

[1] Bartoš, V.: Teorie elektrických strojů. Plzeň, Vydavatelství ZČU, 2006. ISBN 80-7043-509-7

[2] Bašta, J.: Teorie elektrických strojů. Praha, Nakladatelství ČSAV, 1957. ISBN neuvedeno

[3] Cigánek, L.: Stavba elektrických strojů. Praha, SNTL, 1958. ISBN neuvedeno

[4] KOPYLOV, I.P. a kol.: Stavba elektrických strojů. Praha, SNTL, 1988. ISBN 04-531-88

[5] Vas, P.: Sensorless Vector and Direct Torque Control. New York, USA, Oxford

University Press, 1998. ISBN 978-0198564652

Seznam ilustrací

| Obr. 1: Náhradní schéma synchronního stroje6 |
|--|
| Obr. 2: Fázorový diagram synchroního stroje s vyniklými póly; přebuzený generátorický |
| režim, Xd>Xq8 |
| Obr. 3: Fázorový diagram synchronního motoru; podbuzený stav, Xd = Xq10 |
| Obr. 4: Rozklad proudu I do os d a q10 |
| Obr. 5: Fázorový diagram synchronního stroje řízeného s Id = 011 |
| Obr. 6: Asociativita ve fázorovém diagramu synchronního stroje řízeného s Id = 012 |
| Obr. 7: Fázorové diagramy strojů s rozdílnými Xd a Xq při žízení s Id = 0. Vlevo případ Xd |
| > Xq, vpravo Xd < Xq13 |
| Obr. 8: Obecný fázorový diagram synchronního stroje - konstrukce pro určení Uib14 |
| Obr. 9: Fázorový diagram synchronního stroje řízeného s Id = 015 |
| Obr. 10: Fázorový diagram stroje řízeného s Id = 0 a příslušná Thaletova kružnice18 |
| Obr. 11: Závislost poměrné hodnoty indukovaného napětí a účiníku na poměrné hodnotě |
| příčné reaktance stroje19 |

Historie revizí

| Rev. Ka | Kanitala | Popis změny | Datum |
|---------|----------|-------------------------------|---------------|
| | καριτοία | | Jméno / Kat. |
| 1.0 | Věe | | 02.06.2015 |
| 1.0 | vse | | khruska / KEV |
| 1 1 | 2.2 | | 04.06.2015 |
| 1.1 | 2.2 | Pridari dukaz vyznamu X_q . | khruska / KEV |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |