





 Pracoviště:
 KEV / RICE

 Výzkumná zpráva č.:
 22190-011-2015

# Vlastnosti vybraných vazeb bezkontaktního přenosu energie při zatížení zdrojem napětí

Druh úkolu:	vědecko-výzkumná	
Řešitelé:	Ing. Vladimír Kindl, Ph.D.	
	Ing. Martin Jára	
	Doc. Ing. Pavel Drábek, Ph.D.	
	Ing. Tomáš Kavalír, Ph.D.	
Vedoucí úkolu:	Ing. Vladimír Kindl, Ph.D.	
Počet stran:	36	
Datum vydání:	září 2015	
Revize:	1	
podpořeno projekty:	CZ.1.05/2.1.00/03.0094.	
	SGS-2015-038	

### Anotace

Zpráva zakládá na závěrech formulovaných v předchozím pojednání [1], které dále rozšiřuje o možnost zatížení systému bezkontaktního přenosu energie napěťovým zdrojem (baterií). Podle *Tab. 2* v [1] je pro účely přenosu vyšších výkonů vhodnější použít spíše sério-sériovou resp. sério-paralelní rezonanční vazbu, zbylé způsoby kompenzace zde proto nebudou diskutovány.

# Seznam symbolů a zkratek

k	činitel magnetické vazby	[-]
$u_1, u_{C1}, u_{C2}$	okamžitá hodnota napětí	[V]
$\widehat{U}_1$	fázor napětí	[V]
<i>i</i> 1, <i>i</i> 2, <i>i</i> 3	okamžitá hodnota proudu	[A]
$\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3,$	fázor proudu	[A]
ω	úhlová frekvence	[rad·s <sup>-1</sup> ]
f	frekvence	[Hz]
$R, R_c, R_1, R_2$	činný odpor	[Ω]
$L, L_1, L_2, L_{12}$	vlastní a vzájemná indukčnost	[H]
$C, C_1, C_2$	kapacita	[F]
$\eta,\eta_{DC/AC},\eta_{AC/DC}$	účinnost	[-, %]

# Obsah

1 SÉRIO-SÉRIOVÁ KOMPENZACE	5
1.1 První (postranní) rezonanční frekvence - 220 kHz	7
1.2 Druhá (hlavní) rezonanční frekvence - 241 kHz	
1.3 Třetí (postranní) rezonanční frekvence – 269 kHz	
1.4 Porovnání	
2 SÉRIO-PARALELNÍ KOMPENZACE	
2.1 První (postranní) rezonanční frekvence - 220 kHz	
2.2 Druhá (hlavní) rezonanční frekvence - 241 kHz	
2.3 Třetí (postranní) rezonanční frekvence - 220 kHz	
2.4 Porovnání	
3 ZÁVĚR	32

#### Úvod

Základní vlastnosti jednotlivých topologií středofrekvenčních rezonančních vazeb byly již dříve popsány v [1]. Důraz byl kladen hlavně na hodnocení systému podle jeho chování při proměnné ohmické zátěži (intuitivní metrika), která však v reálném případě bude spíše jiného charakteru. Protože se o těchto systémech hovoří spíše ve smyslu nabíjení baterie většinou mobilního zařízení, je nutné stávající modely vhodně upravit. Základní myšlenka i struktura řešených vazeb zůstává stejná jako v [1], jediný rozdíl spočívá v náhradě ohmické zátěže za spojení usměrňovač-baterie. Simulace jsou opět provedeny se stejnými parametry (*Tab. 1*) jako v [1].

Elektrický parametr	Velikost
k	0.2 [-]
$U_1$	100 [V]
$R_1 = R_2$	0.6 [Ω]
$L_1=L_2$	145.4e <sup>-6</sup> [H]
$C_1=C_2$	3e <sup>-9</sup> [F]
$\eta_{DC/AC} = \eta_{AC/DC}$	98 [%]

Tab. 1 Elektrické parametry vstupních simulací.

## 1 Sério-sériová kompenzace

Uvažovaný koncept vazby je vidět na Obr. 1. Oproti předchozím úvahám zde došlo ke změně charakteru zátěže, která je nyní reprezentována bateriovým akumulátorem.



Obr. 1 Základní koncept sério-sériové vazby.

Aby bylo možné vyhnout se nelineárním prvkům obvodu, bude nutné převést napětí baterie  $U_{BAT}$  přímo na vstupní napětí řízeného usměrňovače  $u_2$ . Totéž platí o napájecím napětí  $u_1$ , které v tomto případě odpovídá velikosti základní harmonické napětí generovaného střídačem. Tímto se elegantně obejdou všechny spínací prvky (budou však započteny do celkové účinnosti) v obvodu, což značně zjednoduší výsledné matematické modely.

Upravené schéma, vhodnější k matematickému popisu, je vidět na Obr. 2, kde napětí *u*<sub>2</sub> reprezentuje spojení řízeného usměrňovače a nabíjeného akumulátoru.



Obr. 2 Sério-sériová vazba - model.

Napájecí napětí odpovídá základní harmonické obdélníkového průběhu a je možné pro něj psát

$$u_1 = \frac{4}{\pi} U_{SS} \sin(\omega t - \varphi_1). \tag{1}$$

V komplexní rovině pak *u*<sup>1</sup> bude

$$\widehat{U}_1 = 2\frac{\sqrt{2}}{\pi}U_{SS}(\cos(\varphi_1) + j\sin(\varphi_1)), \quad \text{kde amplituda } 2\frac{\sqrt{2}}{\pi}U_{SS} = U_1.$$
(2)

Velikost  $u_2$  se dá určit z úhlu fázové modulace  $\varphi_m$  řízeného usměrňovače jako

$$u_2 = U_{BAT} \sin\left(\frac{\varphi_m}{2}\right) \sin(\omega t - \varphi_2).$$
(3)

Kde pro komplexní rovinu platí

$$\widehat{U}_2 = U_{BAT} \sin\left(\frac{\varphi_m}{2}\right) \left(\cos(\varphi_2) + j\sin(\varphi_2)\right), \text{ a } U_{BAT} \sin\left(\frac{\varphi_m}{2}\right) = U_2.$$
(4)

Pro další postup budeme uvažovat primární napětí čistě reálné a rozdíl  $\varphi_2$ - $\varphi_1 = \varphi_2$  přeznačíme jako  $\varphi$ . Nyní je možné sestavit matematický model obvodu z Obr. 2, pro který obecně platí rovnice (5, 6).

$$-u_1 - \frac{1}{C_1} \int_0^t i_1 dt + u_{C_1(0)} + R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} = 0$$
(5)

$$L_1 \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 - \frac{1}{C_2} \int_0^t i_2 dt + u_{C_2(0)} + u_2 = 0$$
(6)

Úpravou pro základní harmonickou získáme jednodušší tvar modelu (7).

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_1\\ \hat{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 - j\frac{1}{\omega C_1} & j\omega L_{12} \\ j\omega L_{12} & R_2 + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C_2} \end{bmatrix} \setminus \begin{bmatrix} \widehat{U}_1\\ -\widehat{U}_2 \end{bmatrix}$$
(7)

Činné výkony  $P_1$  a  $P_2$  jsou dány vztahy (8)

$$P_1 = \Re\{\widehat{U}_1\widehat{I}_1^*\} \text{ a } P_2 = \Re\{\widehat{U}_2\widehat{I}_2^*\},\tag{8}$$

Což přímo vede na účinnost podle rovnice (9)

září 2015

$$\eta_{WPT} = \frac{\Re\{\widehat{U}_2 \widehat{I}_2^*\}}{\Re\{\widehat{U}_1 \widehat{I}_1^*\}},\tag{9}$$

a pokud započítáme také střídač a usměrňovač, dostaneme výsledek ve tvaru

$$\eta_{DC-DC} = \frac{\Re\{\widehat{U}_2 \widehat{I}_2^*\}}{\Re\{\widehat{U}_1 \widehat{I}_1^*\}} \eta_{DC/AC} \eta_{AC/DC}.$$
(10)

Velikost sekundárního výkonu zřejmě bude nabývat kladných i záporných hodnot podle změn ve fázovém posuvu  $\varphi$ . Z hlediska účinnosti přenosu energie bude proto nezbytné nastavit podmínku  $P_2 > 0$ .

Z rovnice (7) a (8) však není snadné najít jednoduchý explicitní předpis pro *φ*, pro který by podmínka byla splněna. Je možné jej řešit buďto numericky, nebo přijmout jistá zjednodušení. V našem případě můžeme předpokládat relativně stejné parametry primární i sekundární cívky, což nás přímo vede ke zjednodušujícím vztahům (11).

$$L_1 = L_2 = L$$

$$C_1 = C_2 = C$$

$$R_1 = R_2 = R$$
(11)

#### 1.1 První (postranní) rezonanční frekvence - 220 kHz

Podle Obr. 24 z [1] je první rezonanční frekvence blízko 220 kHz, ta se však za předpokladu (11) dá zjistit přesněji z

$$f_r = \frac{1}{2 \pi \sqrt{(L + L_{12})C}}, \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{(L + L_{12})C}}.$$
(12)

Po dosazení (11) do (7) získáme sekundární proud ve tvaru

$$\hat{I}_{2} = \frac{L_{12}U_{1}\omega - U_{2}(L_{12}\omega + jR)\cos(\varphi) + U_{2}(R - jL_{12}\omega)\sin(\varphi)}{R(2L_{12}\omega + jR)},$$
(13)

což podle (8) dává

$$P_2 = -U_2 \frac{\left[U_2(R^2 + 2L_{12}^2\omega^2) - 2L_{12}^2U_1\omega^2\cos(\varphi) + L_{12}RU_1\omega\sin(\varphi)\right]}{R^3 + 4L_{12}^2R\omega^2} .$$
 (14)

Po zjednodušení a úpravě podle podmínky  $P_2 > 0$ , dostaneme jednoduchou goniometrickou nerovnici

RICE FEL ZČU Stránka 7

$$\cos(\varphi - \alpha) > \frac{U_2^2 \left(R^2 + 2L_{12}^2 \omega^2\right)}{\sqrt{L_{12}^2 U_1^2 U_2^2 \omega^2 (R^2 + 4L_{12}^2 \omega^2)^2}}, \qquad \alpha = \operatorname{atan}\left(\frac{R}{2L_{12} \omega}\right). \tag{15}$$

V našem případě (uvažujeme  $U_1=U_2$ ) vychází argument  $\alpha\approx 0$ , přičemž pravá strana (15) je rovna 1, řešení proto neexistuje a v případě první rezonance je výsledný sekundární výkon menší než nula pro všechna  $\varphi$ . Řešení je možné najít buďto pro  $U_1 \neq U_2$ , kdy pravá strana nabývá hodnot menších než 1 (přičemž účinnost je nižší), nebo při jiných frekvencích (vyšších/nižších).

Jako příklad lze uvést třeba (vyšší) frekvenci 221 kHz. Systém je napájen konstantním napětím  $U_1$  (konstantní frekvence), přičemž fázový posuv a velikost sekundárního napětí  $U_2$  (0÷ $U_1$ ) se mění. S proudy, výkony a účinnostmi se zachází stejně, jak tomu bylo v předchozím případě [1], tedy vliv měniče a usměrňovače se započítává až ve výpočtu celkové účinnosti systému.

Podle Obr. 3 ÷ Obr. 6 je patrné, že obvod je schopný do zátěže dodat poměrně velký výkon i při malém napájecím napětí. Toto je však vykoupeno velmi vysokými proudy, které by příliš namáhaly dielektrikum (úbytek napětí) rezonančních kondenzátorů. Podle Obr. 7 však tato oblast leží mimo maximální účinnost, což je z praktických důvodů dost nevýhodné.



Obr. 3 Primární proud (fr=221 kHz).





Obr. 4 Sekundární proud (*f*<sub>r</sub>=221 kHz).



Obr. 5 Primární výkon (*f*<sub>r</sub>=221 kHz).



Obr. 6 Sekundární výkon (f<sub>r</sub>=221 kHz).



#### Obr. 7 Výsledná účinnost systému (fr=221 kHz).

Podle Obr. 7 je systém dost citlivý na jakoukoliv změnu provozních parametrů (účinnost se s nimi rychle mění), které by musely být pečlivě řízeny, proto je lepší se této provozní oblasti vyhnout.

#### 1.2 Druhá (hlavní) rezonanční frekvence - 241 kHz

Rezonanční frekvenci je možné při stejných parametrech primární i sekundární cívky určit jako

$$f_r = \frac{1}{2 \pi \sqrt{LC}} , \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} . \tag{16}$$

Po dosazení (11) a (16) do (7) můžeme pro komplexně-sdružený sekundární výkon  $\hat{S}_2$  psát

$$\hat{S}_2 = \hat{U}_2 \hat{I}_2^* = (U_2 \cos(\varphi) + j \, U_2 \sin(\varphi)) \left( \frac{-RU_2 \cos(\varphi) + j \, \omega L_{12} + j \, RU_2 \sin(\varphi)}{(\omega L_{12})^2 + R^2} \right), \quad (17)$$

což po usměrnění vychází

$$\hat{S}_2 = -\frac{U_2^2 R + \omega L_{12} U_1 U_2 \sin(\varphi)}{(\omega L_{12})^2 + R^2} + j \frac{\omega L_{12} U_1 U_2 \cos(\varphi)}{(\omega L_{12})^2 + R^2}.$$
(18)

Dále, s podmínkou  $P_2 > 0$ , dostaneme jednoduchou trigonometrickou nerovnici (19)

$$\frac{U_2^2 R + \omega L_{12} U_1 U_2 \sin(\varphi)}{(\omega L_{12})^2 + R^2} > 0,$$
(19)

kdy po osamostatnění sin( $\varphi$ ), dostaneme

$$\sin(\varphi) < -\frac{RU_2}{U_1 \omega L_{12}}.$$
(20)

Protože pravá strana v (20) nabývá velmi malých hodnot, je možné fázový posuv splňující podmínku  $P_2 > 0$  očekávat v intervalu  $\varphi \in (\pi; 2\pi)$ .

Výsledky modelu jsou vidět na Obr. 8÷Obr. 12. Z Obr. 8 a Obr. 9 je vidět, že oba proudy jsou téměř nezávislé a relativně stabilní pro celou pracovní oblast. Jejich velikost je navíc v porovnání s předchozím případem menší, což je výhodné hlavně díky menšímu elektrickému namáhání dielektrika obou použitých rezonančních kondenzátorů. Z hlediska přeneseného výkonu i celkové účinnosti (Obr. 10, Obr. 11 a Obr. 12) je tato rezonanční frekvence nejpříznivější. Výkony jsou zde sice nižší, ale na druhou stranu se jejich maximum kryje s oblastí maximální účinnosti.



Obr. 8 Primární proud (*f*<sub>r</sub>=241 kHz).



Obr. 9 Sekundární proud (*f*<sub>r</sub>=241 kHz).



Obr. 10 Primární výkon (f<sub>r</sub>=241 kHz).

Jak je vidět z Obr. 10 a Obr. 11, pro vyšší výkony bude výhodnější volit  $U_1 \approx U_2$ .



Obr. 11 Sekundární výkon (*f*<sub>r</sub>=241 kHz).

Dále je možné pozorovat (Obr. 12) poměrně nízkou citlivost systému na změny provozních veličin ( $\varphi$  a  $U_2$ ), účinnost se s nimi mění jen pomalu (je "plochá").



Obr. 12 Účinnost přenosu energie (*f*<sub>*r*</sub>=241 kHz).

#### 1.3 Třetí (postranní) rezonanční frekvence – 269 kHz

Rezonanční frekvenci je možné při stejných parametrech primární i sekundární cívky určit jako

$$f_r = \frac{1}{2 \pi \sqrt{(L - L_{12})C}}, \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{(L - L_{12})C}}.$$
(21)

Po dosazení (11) a (21) do (7) a následných úpravách dospějeme ke stejné nerovnici, která byla prezentována již případě první rezonance (15). Opět proto neexistuje řešení a je nutné se frekvenčně posunout někam jinam (v tomto případě směrem k nižším frekvencím).

Jako příklad je proveden rozbor systému s napájecí frekvencí 268 kHz.

Situace je tentokrát obdobná jako v případě první rezonance ( $f_r$ =221 kHz), opět zde existuje pracovní oblast s relativně velkými přenášenými výkony (Obr. 15 a Obr. 16) i při nízkém napájecím napětí.

Z praktických důvodů však bude výhodnější se této oblasti vyhnout, jednak se nachází mimo oblast maximální účinnosti (Obr. 17) a jednak by vzhledem k velikosti proudů (Obr. 13, Obr. 14) hrozil průraz (velký úbytek napětí) dielektrika obou rezonančních kondenzátorů.



Obr. 13 Primární proud (*f*<sub>r</sub>=268 kHz).

Další nevýhoda je dána vyšší citlivostí systému na změny v provozních veličinách ( $\varphi$ a  $U_2$ ), které zde mají velký vliv na účinnost (její charakter je příliš "ostrý").



Obr. 14 Sekundární proud (*f*<sub>r</sub>=268 kHz).



Obr. 15 Primární výkon (*fr*=268 kHz).





Obr. 16 Sekundární výkon (*fr*=268 kHz).



Obr. 17 Celková účinnost (fr=268 kHz).

#### 1.4 Porovnání

Řešený obvod rezonuje na celkem třech frekvencích (12), (16), (21), které by podle předchozí zprávy [1] byly vhodné pro využití. Toto však platí pouze pro zátěž čistě ohmickou, která je pro praktické využití spíše výjimkou. V případě zatížení napětím je situace poněkud složitější, systém je schopný<sup>1</sup> dodat výkon s maximální účinností pouze při rezonanční frekvenci (16). Obě postranní frekvence (12) a (16) se ukazují jako nevhodné, protože se při nich zátěžné napětí vždy chová jako zdroj<sup>2</sup>. V oblasti vymezené právě těmito frekvencemi je možné systém normálně provozovat, přičemž čím blíže frekvenci (16), tím lépe.

#### 2 Sério-paralelní kompenzace

Přehledové schéma vazby je vidět na Obr. 18. Jediný rozdíl od předchozí varianty spočívá v paralelním připojením sekundárního rezonančního kondenzátoru. Opět je využit střídač k napájení primární cívky a řízený usměrňovač k napájení akumulátorové baterie.



Obr. 18 Základní koncept sério-paralelní vazby.

Upravené schéma, vhodnější k matematickému popisu, je vidět na Obr. 19, kde napětí  $u_2$  opět reprezentuje spojení řízeného usměrňovače a nabíjeného akumulátoru.

Rev.1

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Závěry platí pro stejné parametry obou cívek.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Možná by šlo použít pro rekuperaci.



Obr. 19 Sério-paralelní vazba - model.

Stejně jako v předchozím případě (kap 1), i zde odpovídá napájecí napětí základní harmonické obdélníkového průběhu a je proto možné pro další výpočty použít vztahy (1)÷(4). Na rozdíl od předchozího modelu je nyní potřeba sestavit tři rovnice o třech neznámých (22÷34).

$$-u_1 - \frac{1}{C_1} \int_0^t i_1 dt + u_{C_1(0)} + R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} = 0$$
(22)

$$L_2 \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 - \frac{1}{C_2} \int_0^t (i_2 - i_3) dt + u_{C_2(0)} = 0$$
(23)

$$-\frac{1}{C_2} \int_0^t (i_3 - i_2) dt + u_{C_2(0)} + u_2 = 0$$
(24)

Přepisem pro základní harmonickou dostaneme jednodušší rovnice ve tvaru (25).

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_{1} \\ \hat{I}_{2} \\ \hat{I}_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{1} + j\omega L_{1} - j\frac{1}{\omega C_{1}} & j\omega L_{12} & 0 \\ j\omega L_{12} & R_{2} + j\omega L_{2} - j\frac{1}{\omega C_{2}} & j\frac{1}{\omega C_{2}} \\ 0 & j\frac{1}{\omega C_{2}} & -j\frac{1}{\omega C_{2}} \end{bmatrix} \setminus \begin{bmatrix} \hat{U}_{1} \\ 0 \\ -\hat{U}_{2} \end{bmatrix}$$
(25)

Činné výkony,  $P_1$  a  $P_2$ , jsou v tomto případě dány vztahy (26)

$$P_1 = \Re\{\widehat{U}_1 \widehat{I}_1^*\} \text{ a } P_2 = \Re\{\widehat{U}_2 \widehat{I}_3^*\},\tag{26}$$

Což přímo vede na účinnost podle rovnice (27)

září 2015

$$\eta_{WPT} = \frac{\Re\{\widehat{U}_{2}\hat{I}_{3}^{*}\}}{\Re\{\widehat{U}_{1}\hat{I}_{1}^{*}\}},$$
(27)

a pokud započítáme také střídač a usměrňovač, dostaneme výsledek ve tvaru

$$\eta_{DC-DC} = \frac{\Re\{\widehat{U}_2 \widehat{I}_3^*\}}{\Re\{\widehat{U}_1 \widehat{I}_1^*\}} \eta_{DC/AC} \eta_{AC/DC}.$$
(28)

l v tomto případě bude velikost sekundárního výkonu  $P_2$  měnit své znaménko podle fázového posuvu  $\varphi$ , tedy systém bude pracovat jako zdroj pouze při splněné podmínce  $P_2 > 0$ .

#### 2.1 První (postranní) rezonanční frekvence - 220 kHz

Podle Obr. 33 z [1] je první rezonanční frekvence blízko 220 kHz, ta se však za předpokladu (11) dá zjistit přesněji z

$$f_r = \frac{1}{2 \pi \sqrt{(L + L_{12})C}}, \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{(L + L_{12})C}}.$$
 (29)

Po dosazení (11) do (25) získáme sekundární proud ve tvaru

$$\hat{I}_{3} = \frac{-jL_{12}U_{1} - CRU_{2}(2L_{12}\omega + jR)\cos(\varphi) + CRU_{2}(R - j2L_{12}\omega)\sin(\varphi)}{\omega L_{12}^{2} + LR(CR\omega + j) + L_{12}[L\omega + R(CR\omega - j)]},$$
(30)

což podle (26) dává

$$P_2 = -\frac{P_{2A}}{P_{2B}} . ag{31}$$

V (31) je

$$P_{2A} = U_2 (CRU_2 [LR^2 + 2L_{12}^3 \omega^2 + 2L_{12}^2 (L + CR^2) \omega^2 + L_{12} R^2 (2CL\omega^2 - 1)] - L_{12} (L_{12} - L) RU_1 \cos(\varphi) + L_{12} (L_{12} + L) (L_{12} + CR^2) U_1 \sin(\varphi))$$
(32)

а

$$P_{2B} = L_{12}^4 \omega^2 + 2L_{12}^3 (L + CR^2) \omega^2 + L^2 R^2 (1 + C^2 R^2 \omega^2) + 2L_{12} LR^2 (CL\omega^2 + C^2 R^2 \omega^2 - 1) + L_{12}^2 [L^2 \omega^2 + C^2 R^4 \omega^2 + R^2 (4CL\omega^2 + 1)]$$
(33)

Po zjednodušení a úpravě podle podmínky  $P_2 > 0$ , dostaneme goniometrickou nerovnici

$$\cos(\varphi - \alpha) > -\frac{A}{X}$$
, kde (34)

$$A = CL_{12}R^{3}U_{2}^{2} - CLR^{3}U_{2}^{2} - 2CL_{12}^{3}RU_{2}^{2}\omega^{2} - 2CL_{12}^{2}LRU_{2}^{2}\omega^{2} - 2C^{2}L_{12}^{2}R^{3}U_{2}^{2}\omega^{2} - 2C^{2}L_{12}LR^{3}U_{2}^{2}\omega^{2},$$
(35)

$$X = \sqrt{\left[ (L_{12}^2 R U_1 U_2 - L_{12} L R U_1 U_2)^2 + L_{12}^2 (L_{12} + L)^2 (L_{12} + C R^2)^2 U_1^2 U_2^2 \omega^2 \right]}, a$$
(36)

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{(L_{12} + L)(L_{12} + CR^2)\omega}{(L_{12} - L)R} \right).$$
(37)

Číselně pak (uvažujeme  $U_1=U_2$ ) vychází argument  $\alpha \approx -\pi/2$ , přičemž pravá strana (34) je rovna nule. Řešení je tedy možné očekávat v oblasti  $\varphi \in (\pi; 2\pi)$ .

Systém je připojen k napětí o konstantní frekvenci (29) přičemž měníme sekundární napětí  $U_2$  v intervalu ( $0 \div U_1$ ) a fázový posuvu  $\varphi$ v intervalu ( $\pi \div 2\pi$ ).

Jak je vidět z Obr. 20 a Obr. 21, sekundární proud vychází oproti primárnímu pro celou pracovní oblast mnohem stabilnější. Jeho velikost je prakticky nezávislá na obou provozních parametrech.

Primární (Obr. 22) i sekundární výkon (Obr. 23) mají podobné průběhy, přičemž svého maxima dosahují při  $U_1 \approx U_2$  a  $\varphi = 3/2\pi$ . Oblast maximálního přeneseného výkonu se navíc překrývá s oblastí maximální účinnosti (Obr. 24), což je nespornou výhodou oproti některým z předchozích konfigurací.



Obr. 20 Primární proud (*f*<sub>r</sub>=220 kHz).



Obr. 21 Sekundární proud (*f*<sub>r</sub>=220 kHz).



Obr. 22 Primární výkon (*f*<sub>r</sub>=220 kHz).



Obr. 23 Sekundární výkon (*f*<sub>r</sub>=220 kHz).





Obr. 24 Celková účinnost (*f*<sub>r</sub>=220 kHz).

#### 2.2 Druhá (hlavní) rezonanční frekvence - 241 kHz

Podle Obr. 33 z [1] je první rezonanční frekvence blízko 241 kHz, ta se však za předpokladu (11) dá zjistit přesněji z

$$f_r = \frac{1}{2 \pi \sqrt{LC}} , \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} . \tag{38}$$

Po dosazení (11) do (25) získáme sekundární proud ve tvaru

$$\hat{I}_{3} = -j \frac{L_{12}U_{1}L + (L_{12}^{2} + CLR^{2})U_{2}\cos(\varphi) + j(L_{12}^{2} + CLR^{2})U_{2}\sin(\varphi)]}{L_{12}^{2}\omega L + L^{2}R(i + CR\omega)},$$
(39)

což podle (26) dává

$$P_{2} = -\frac{U_{2}[LRL_{12}U_{1}\cos(\varphi) + (L_{12}^{2} + CLR^{2})(RU_{2} + \omega L_{12}U_{1}\sin(\varphi))]}{L_{12}^{4}\omega^{2} + 2CL_{12}^{2}LR^{2}\omega^{2} + L^{2}(R^{2} + C^{2}R^{4}\omega^{2})}.$$
(40)

Po zjednodušení a úpravě podle podmínky  $P_2 > 0$ , dostaneme jednoduchou goniometrickou nerovnici

$$\cos(\varphi - \alpha) < -\frac{L_{12}^2 R U_2^2 + C L R^3 U_2^2}{\sqrt{L_{12}^2 L^2 R^2 U_1^2 U_2^2 + (L_{12}^3 U_1 U_2 \omega + C L_{12} L R^2 U_1 U_2 \omega)^2}} , \text{přičemž}$$
(41)

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{L_{12}^2 \omega}{LR} + \omega CR \right).$$
(42)

Číselně pak (uvažujeme  $U_1=U_2$ ) vychází argument  $\alpha \approx \pi/2$ , přičemž pravá strana (41) je téměř rovna nule. Řešení je tedy možné očekávat v oblasti  $\varphi \in (\pi; 2\pi)$ . Další nastavení simulace je proto až na frekvenci (38) stejné jako v předchozím případě.

Při porovnání Obr. 25 s Obr. 26 opět zjistíme výrazně nižší sekundární proud oproti tomu primárnímu. Oba proudy jsou značně závislé na provozních parametrech. Primární (Obr. 27) i sekundární výkon (Obr. 28) mají podobné průběhy, přičemž svého maxima dosahují při  $U_1 \approx U_2$  a  $\varphi = 3/2\pi$ . Oblast maximálního přeneseného výkonu se navíc překrývá s oblastí maximální účinnosti (Obr. 29), což je sice výhodné, nicméně maximální účinnost je výrazně nižší, než v jiných případech.



Obr. 25 Primární proud (fr=241 kHz).





Obr. 26 Sekundární proud (*f*<sub>r</sub>=241 kHz).



#### Obr. 27 Primární výkon (*fr*=241 kHz).

Jak je vidět na Obr. 27 a Obr. 28, v porovnání s první (postranní) rezonancí je systém při této frekvenci schopen přenést při stejném napájení vyšší výkony.

RICE FEL ZČU Stránka 26





Obr. 28 Sekundární výkon (*f*<sub>r</sub>=241 kHz).





Z důvodu nižší teoreticky dosažitelné účinnosti je tento režim použitelný jen pro speciální případy.

#### 2.3 Třetí (postranní) rezonanční frekvence - 220 kHz

Podle Obr. 33 z [1] je první rezonanční frekvence blízko 270 kHz, ta se však za předpokladu (11) dá zjistit přesněji z

$$f_r = \frac{1}{2 \ \pi \sqrt{(L - L_{12})C}} , \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{(L - L_{12})C}} .$$
(43)

Po dosazení (11) do (25) získáme sekundární proud ve tvaru

$$\hat{I}_{3} = \frac{-jL_{12}U_{1} + CRU_{2}(2L_{12}\omega - jR)\cos(\varphi) + CRU_{2}(R + j2L_{12}\omega)\sin(\varphi)}{\omega L_{12}^{2} + LR(CR\omega + j) - L_{12}[L\omega + R(CR\omega - j)]},$$
(44)

což podle (26) dává

$$P_2 = -\frac{P_{2A}}{P_{2B}} . (45)$$

Ve (45) je

$$P_{2A} = U_2 (CRU_2 [LR^2 - 2L_{12}^3 \omega^2 + 2L_{12}^2 (L + CR^2) \omega^2 + L_{12}R^2 (1 - 2CL\omega^2)] + L_{12} (L_{12} + L)RU_1 \cos(\varphi) + L_{12} (L_{12} - L) (L_{12} - CR^2) U_1 \sin(\varphi))$$
(46)

а

$$P_{2B} = L_{12}^4 \omega^2 - 2L_{12}^3 (L + CR^2) \omega^2 + L^2 R^2 (1 + C^2 R^2 \omega^2) - 2L_{12} LR^2 (CL\omega^2 + C^2 R^2 \omega^2 - 1) + L_{12}^2 [L^2 \omega^2 + C^2 R^4 \omega^2 + R^2 (4CL\omega^2 + 1)]$$
(47)

Po zjednodušení a úpravě podle podmínky  $P_2 > 0$ , dostaneme goniometrickou nerovnici

$$\cos(\varphi - \alpha) > -A$$
 , kde (48)

$$A = -\frac{CRU_2^2 (LR^2 - 2L_{12}^3 \omega^2 + 2L_{12}^2 (L + CR^2) \omega^2 + L_{12}R^2 (1 - 2CL\omega^2))}{\sqrt{L_{12}^2 (L_{12} - L)^2 U_1^2 U_2^2 (L_{12}^2 \omega^2 + C^2 R^4 \omega^2 + R^2 (1 - 2CoL_{12}\omega^2))}}, a taky$$
(49)

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{L_{12}^2 \omega}{LR} + \omega CR \right).$$
(50)

Číselně pak (uvažujeme  $U_1=U_2$ ) vychází argument  $\alpha \approx \pi/2$ , přičemž pravá strana (49) je rovna nule. Řešení je tedy možné očekávat v oblasti  $\varphi \in (0;\pi)$ .

Jak je vidět z Obr. 30 ÷ Obr. 34, systém se chová prakticky stejně jak bylo popsáno v kap 2.1.



Obr. 30 Primární proud (*f*<sub>r</sub>=270 kHz).



Obr. 31 Sekundární proud (*f*<sub>r</sub>=270 kHz).





Obr. 32 Primární výkon (*f*<sub>r</sub>=270 kHz).



Obr. 33 Sekundární výkon (*f*<sub>r</sub>=270 kHz).



Obr. 34 Celková účinnost (fr=270 kHz).

#### 2.4 Porovnání

Řešený obvod rezonuje na frekvencích (29), (38) a (43), kdy na rozdíl od sério-sériové kompenzace jsou všechny plně využitelné. Z hlediska účinnosti je však lepší se vyhnout právě hlavní (druhé) rezonanční frekvenci, při které je teoretická hodnota účinnosti nejnižší. Na druhou stranu ale tato frekvence umožňuje přenést oproti frekvencím postranním větší výkony. I přes zjevné výhody tohoto uspořádání bude nutné použití sério-paralelní kompenzace zvážit a to hlavně z důvodu nižší teoreticky dosažitelné účinnosti než tomu bylo v případě kompenzace sério-sériové.

## 3 Závěr

V případě sério-sériové kompenzace<sup>3</sup> obvod rezonuje na třech frekvencích: (12), (16) a (21), přičemž nejvýhodnější je hlavní rezonance (16) s nejlepším průběhem ("tvarem") účinnosti. Obě postranní rezonančních frekvence (12, 21) neumožňují přenos energie do zátěže vůbec, což může nepřímo sloužit k vymezení provozního frekvenčního pásma.

V případě sério-paralelní kompenzace<sup>4</sup> obvod opět rezonuje při třech frekvencích: (29), (38) a (43). Na rozdíl od sério-sériové kompenzace jsou všechny plně využitelné. S ohledem na tvar a velikost účinnosti bude výhodnější využít postranních (29, 43) frekvencí, kde je systém je stabilnější a méně citlivý na provozní veličiny  $U_2$  a  $\varphi$ . Střední rezonanční frekvence (38) sice dosahuje poněkud nižších účinností, ale za to při vyšších přenášených výkonech.

I přes zjevné výhody tohoto uspořádání bude nutné využití sério-paralelní kompenzace zvážit a to hlavně z důvodu nižší teoreticky dosažitelné účinnosti, než tomu bylo v případě kompenzace sério-sériové.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Uvažujeme stejné elektrické parametry obou cívek.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Uvažujeme stejné elektrické parametry obou cívek.

## Literatura

[1] KINDL, V., KAVALÍR, T., PECHÁNEK, R. Návrh planárního rezonančního vazebného členu pro bezdrátové nabíjení. Západočeská univerzita v Plzni, 2014.

# Seznam obrázků

Obr. 1 Základní koncept sério-sériové vazby.	5
Obr. 2 Sério-sériová vazba - model	5
Obr. 3 Primární proud (f,=221 kHz)	
Obr. 4 Sekundární proud (f <sub>r</sub> =221 kHz)	9
Obr. 5 Primární výkon (f <sub>r</sub> =221 kHz)	9
Obr. 6 Sekundární výkon (f <sub>r</sub> =221 kHz)	
Obr. 7 Výsledná účinnost systému (f <sub>r</sub> =221 kHz)	
Obr. 8 Primární proud (f,=241 kHz)	
Obr. 9 Sekundární proud (f <sub>r</sub> =241 kHz)	
Obr. 10 Primární výkon (f <sub>r</sub> =241 kHz).	
Obr. 11 Sekundární výkon (f <sub>r</sub> =241 kHz)	
Obr. 12 Účinnost přenosu energie (f,=241 kHz)	
Obr. 13 Primární proud (f <sub>r</sub> =268 kHz)	15
Obr. 14 Sekundární proud (f <sub>r</sub> =268 kHz)	
Obr. 15 Primární výkon (f,=268 kHz).	
Obr. 16 Sekundární výkon (f <sub>r</sub> =268 kHz)	
Obr. 17 Celková účinnost (f <sub>r</sub> =268 kHz)	
Obr. 18 Základní koncept sério-paralelní vazby	
Obr. 19 Sério-paralelní vazba - model	
Obr. 20 Primární proud (f <sub>r</sub> =220 kHz)	
Obr. 21 Sekundární proud ( <i>f</i> <sub>r</sub> =220 kHz)	
Obr. 22 Primární výkon (fr=220 kHz).	
Obr. 23 Sekundární výkon (f <sub>r</sub> =220 kHz)	
Obr. 24 Celková účinnost (fr=220 kHz)	24
Obr. 25 Primární proud (f <sub>r</sub> =241 kHz)	25
Obr. 26 Sekundární proud (f <sub>r</sub> =241 kHz)	
Obr. 27 Primární výkon (f <sub>r</sub> =241 kHz).	
Obr. 28 Sekundární výkon ( <i>f</i> <sub>r</sub> =241 kHz)	
Obr. 29 Celková účinnost (fr=241 kHz)	
Obr. 30 Primární proud ( <i>f</i> <sub>r</sub> =270 kHz)	

RICE FEL ZČU Stránka 34

Obr. 31 Sekundární proud ( <i>f</i> <sub><i>r</i></sub> =270 kHz)	29
Obr. 32 Primární výkon ( <i>f<sub>r</sub></i> =270 kHz)	30
Obr. 33 Sekundární výkon ( <i>f</i> <sub>r</sub> =270 kHz)	30
Obr. 34 Celková účinnost (f <sub>r</sub> =270 kHz).	31

# Historie revizí

Dev	Kanitala	tola Popis změny	Datum
Kev.	Rev. Kapitola		Jméno / Odd.
1	Všechny	Publikování dokumentu	20. 8. 2015
			Kindl / KEV