FAKULTA
ELEKTROTECHNICKÁ
ZÁPADOČESKÉ
UNIVERZITY
V PLZNI

RICE

2015

Pracoviště: Regionální inovační centrum elektrotechniky

Výzkumná zpráva č.: 22190-027-2015

Matematický model třífázového proudového pulzního usměrňovače

Druh úkolu: Vědecko-výzkumný

Řešitelé: Jan Michalík, Václav Šmídl, Zdeněk Peroutka

Vedoucí úkolu: Zdeněk Peroutka

Počet stran: 12

Datum vydání: prosinec 2015

Revize: 1

Tato práce vznikla s podporou projektů CZ.1.05/2.1.00/03.0094, TE01020455 a SGS-2015-038

Anotace

Finite control set model predictive control (FCS-MPC) je efektivní a jednoduchý regulační algoritmus vhodný a používaný pro řízení výkonových měničů. Jedná se o velice flexibilní nástroj, využívající vyhodnocování tzv. „ztrátové funkce“, která tím, jak je definována, přímo ovlivňuje chování měniče. Pro přesné numerické řešení ztrátové funkce je v rámci jednokrokových metod nezbytná tzv. diskretizace stavového modelu. Běžná definice stavového modelu usměrňovače zahrnuje pouze jeho vstupní, střídavou část, stejnosměrná část je pak řešena zvlášť, nejčastěji pomocí Eulerovi metody. V této zprávě je představena definice plného stavového modelu ve fázových souřadnicích umožňující přesnou diskretizaci všech proměnných.

Seznam symbolů a zkratek

CSR	Current-Source Rectifier, proudový pulzní usměrňovač
FCS-MPC	Finite Control Set – Model Predictive Control

Obsah

1 Úvod

Finite control set model predictive control (FCS-MPC) je efektivní a jednoduchý regulační algoritmus vhodný a používaný pro řízení výkonových měničů. Jedná se o velice flexibilní nástroj, využívající vyhodnocování tzv. „ztrátové funkce“, která tím, jak je definována, přímo ovlivňuje chování měniče. Pro přesné numerické řešení ztrátové funkce je v rámci jednokrokových metod nezbytná tzv. diskretizace stavového modelu. Běžná definice stavového modelu usměrňovače zahrnuje pouze jeho vstupní, střídavou část, stejnosměrná část je pak řešena zvlášť, nejčastěji pomocí Eulerovi metody. V této zprávě je představena definice plného stavového modelu ve fázových souřadnicích umožňující přesnou diskretizaci všech proměnných.

2 Proudový pulzní usměrňovač – základní rovnice

Na Obr. 1 je vidět výkonový obvod třífázového proudového pulzního usměrňovače. Z pohledu řízení ho lze rozdělit na tři části: (i) vstupní $L_\sigma C$ filtr, (ii) výstupní $R_L L_L$ zátěž a (iii) samotný měnič, propojující vstupní a výstupní část. Spínací schéma (na rozdíl od napěťového usměrňovače), předpokládá sepnutý vždy právě jeden prvek z horní a jeden z dolní skupiny tranzistorů což znamená celkem devět možných spínacích kombinací/vektorů. Šest aktivních (vedení do zátěže) a tři nulové (zkrat zátěže) [1]. Odvození matematického modelu vstupní části třífázového usměrňovače není zcela snadnou záležitostí. Lze si však vypomoci předpokladem, že v symetrickém systému musí platit, že:

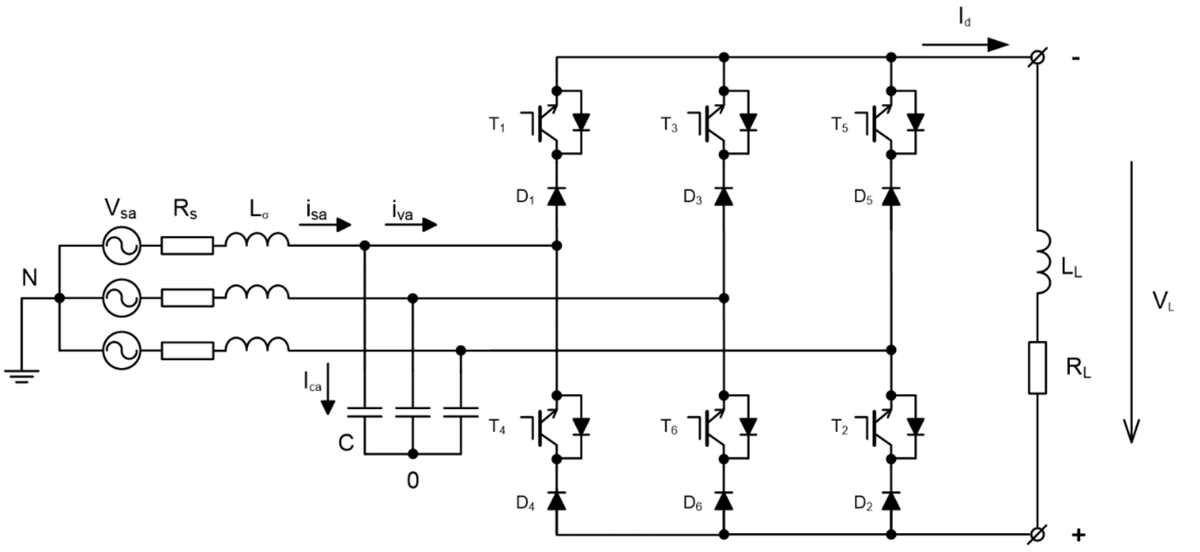
$$u_{0N}=0 \tag{1}$$

tedy, že napětí, mezi uzlem kondenzátorové baterie vstupního filtru a uzlem N napájecí sítě, je nulové. Pak lze celý třífázový systém řešit jako tři jednofázové systémy, které lze snadno popsat následujícími rovnicemi:

$$\boldsymbol{v}_s = R_s\boldsymbol{i}_s + L_f\frac{d\boldsymbol{i}_s}{dt} + \boldsymbol{v}_c \tag{2}$$

$$\boldsymbol{i}_s = C\frac{d\boldsymbol{v}_c}{dt} + \boldsymbol{i}_v \tag{3}$$

kde $\boldsymbol{v}_s$ je vektor vstupních fázových napětí sítě $[v_{sa}\ v_{sb}\ v_{sc}]^T$, $\boldsymbol{i}_s$ vektor vstupních fázových proudů $[i_{sa}\ i_{sb}\ i_{sc}]^T$, $\boldsymbol{i}_v$ vektor vstupních proudů měniče $[i_{va}\ i_{vb}\ i_{vc}]^T$ a $\boldsymbol{v}_c$ vektor napětí na vstupních kondenzátorech $[v_{ca}\ v_{cb}\ v_{cc}]^T$.



Obr. 1. Topologie 3f proudového pulzního usměrňovače

Proud i_v závisí přímo na spínacích kombinacích měniče, což lze zapsat pomocí následující rovnice:

$$\boldsymbol{i}_v = \boldsymbol{S} i_L \tag{4}$$

kde S reprezentuje spínací vektor usměrňovače:

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} S_1 - S_4 \\ S_3 - S_6 \\ S_5 - S_2 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$S_1 - S_6$ jsou spínací stavy jednotlivých tranzistorů usměrňovače [0; 1], což znamená, že každý řádek vektoru $\boldsymbol{S}$ může nabývat hodnot [-1; 0; 1]. Strana zátěže může být popsána následující rovnicí:

$$v_L = L_L \frac{di_L}{dt} + R_L i_L \tag{6}$$

Napětí v_L závisí také na spínací kombinaci tranzistorů usměrňovače. Tuto skutečnost je nutné respektovat v diferenciálních rovnicích v dalším textu a je možné ji popsat rovnicí:

$$v_L = S^T \boldsymbol{v}_c \tag{7}$$

3 Diskretizace

Diskretizace lineárního stavového modelu znamená transformaci spojitých diferenciálních rovnic do diskrétních diferenčních rovnic vhodných pro numerické řešení. Během diskretizace spojitých dat dochází vždy k tzv. diskretizační chybě. Cílem je snížit velikost této chyby na zanedbatelnou úroveň. Pak můžeme považovat diferenční rovnice za „přesné“ řešení [2].

Vyjděme z definice spojitého modelu:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t) \tag{8}$$

S použitím exponenciální matice a další integrace dostaneme analytické řešení spojitého modelu:

$$\boldsymbol{x}(t) = e^{\boldsymbol{A}t}\boldsymbol{x}(0) + \int_0^t e^{\boldsymbol{A}(t-\tau)}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(\tau)d\tau \tag{9}$$

Dalším krokem je diskretizace tohoto výrazu (9). Pokud předpokládáme, že $\boldsymbol{u}$ je konstantní během každé spínací periody, po dalších úpravách dostáváme výraz:

$$\boldsymbol{x}(k+1) = e^{\boldsymbol{A}T}\boldsymbol{x}(k) + \left(\int_0^T e^{\boldsymbol{A}v}dv\right)\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k) = e^{\boldsymbol{A}T}\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{A}^{-1}(e^{\boldsymbol{A}T} - \boldsymbol{I})\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(k) \tag{10}$$

což je přesné řešení diskretizačního problému ($v = kT + T - \tau$). Tato teorie může být použita i na matematický model proudového pulzního usměrňovače. Rovnice (10) pak může být z důvodu dalších úprav zjednodušena na:

$$\boldsymbol{x}(k+1) = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{u}(k) \tag{11}$$

kde

$$\boldsymbol{\Phi} = e^{\boldsymbol{A}\cdot dt}, \qquad \boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{I})\boldsymbol{B} \tag{12}$$

4 Definice plného lineárního stavového modelu proudového pulzního usměrňovače

Běžná definice stavového modelu usměrňovače zahrnuje pouze jeho vstupní, střídavou část, stejnosměrná část je pak řešena zvlášť, nejčastěji pomocí Eulerovi metody. Nevýhodou tohoto přístupu je nepřesný výpočet proudu zátěže i_L. Proto byla navržena nová definice plného stavového modelu umožňující přesnou diskretizaci všech proměnných, která má následující formu:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_{ca} \\ \dot{v}_{cb} \\ \dot{v}_{cc} \\ \dot{i}_{sa} \\ \dot{i}_{sb} \\ \dot{i}_{sc} \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \boldsymbol{A}\begin{bmatrix} v_{ca} \\ v_{cb} \\ v_{cc} \\ i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_L \end{bmatrix} + \boldsymbol{B}\begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{13}$$

$\boldsymbol{v}_c$, $\boldsymbol{i}_s$ and i_L reprezentují stavové proměnné, $\boldsymbol{v}_s$ vstupní proměnné. Matice A a B mohou být následně definovány jako:

$$\boldsymbol{A(S)} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_\sigma} & 0 & 0 & \frac{1}{L_\sigma} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_\sigma} & 0 & 0 & \frac{1}{L_\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_s}{L_\sigma} & 0 & 0 & \frac{1}{L_\sigma} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{S_1}{C} \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{S_2}{C} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 & -\frac{S_3}{C} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{S_1}{L_L} & \frac{S_2}{L_L} & \frac{S_3}{L_L} & -\frac{R_L}{L_L} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_\sigma} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{14}$$

Vyjdeme-li ze vztahů (11) - (13), můžeme následně psát:

$$\begin{bmatrix} v_{ca}(k+1) \\ v_{cb}(k+1) \\ v_{cc}(k+1) \\ i_{sa}(k+1) \\ i_{sb}(k+1) \\ i_{sc}(k+1) \\ i_L(k+1) \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{S}) \begin{bmatrix} v_{ca}(k) \\ v_{cb}(k) \\ v_{cc}(k) \\ i_{sa}(k) \\ i_{sb}(k) \\ i_{sc}(k) \\ i_L(k) \end{bmatrix} + \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{S}) \begin{bmatrix} v_{ca}(k) \\ v_{cb}(k) \\ v_{cc}(k) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

kde $\boldsymbol{\Phi}$**(S)** a $\boldsymbol{\Gamma}$**(S)** jsou definovány jako:

$$\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{S}) = e^{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{S})\cdot dt}, \qquad \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{S}) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{S})^{-1}(\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{S}) - \boldsymbol{I})\boldsymbol{B} \tag{16}$$

Díky tomuto přístupu je spínací kombinace respektována přímo ve stavovém modelu (viz (14), matice **A(S)**). Po numerickém řešení vztahu (16) dostaneme sadu sedmi rozdílných soustav rovnic v následující formě:

$$i_{sa}(k+1) = \boldsymbol{c}_1\boldsymbol{v}_s(k) + \boldsymbol{c}_2\boldsymbol{v}_c(k) + \boldsymbol{c}_3\boldsymbol{i}_s(k) + c_4 i_L(k) \quad (17)$$
$$i_{sb}(k+1) = \boldsymbol{c}_5\boldsymbol{v}_s(k) + \boldsymbol{c}_6\boldsymbol{v}_c(k) + \boldsymbol{c}_7\boldsymbol{i}_s(k) + c_8 i_L(k) \quad (18)$$
$$i_{sc}(k+1) = \boldsymbol{c}_9\boldsymbol{v}_s(k) + \boldsymbol{c}_{10}\boldsymbol{v}_c(k) + \boldsymbol{c}_{11}\boldsymbol{i}_s(k) + c_{12} i_L(k) \quad (19)$$
$$i_L(k+1) = \boldsymbol{c}_{13}\boldsymbol{v}_s(k) + \boldsymbol{c}_{14}\boldsymbol{v}_c(k) + \boldsymbol{c}_{15}\boldsymbol{i}_s(k) + c_{16} i_L(k) \quad (20)$$

kde konstanty c_1 – c_{16} jsou různé pro každou spínací kombinaci a každý fázový proud i_s. Jinak řečeno, pro každou spínací kombinaci dostaneme čtyři různé předpočtené rovnice připravené k implementaci do simulace nebo signálového procesoru.

Závěr

Finite control set model predictive control (FCS-MPC) je efektivní a jednoduchý regulační algoritmus vhodný a používaný pro řízení výkonových měničů. Jedná se o velice flexibilní nástroj, využívající vyhodnocování tzv. „ztrátové funkce“, která tím, jak je definována, přímo ovlivňuje chování měniče. Pro přesné numerické řešení ztrátové funkce je v rámci jednokrokových metod nezbytná tzv. diskretizace stavového modelu. Běžná definice stavového modelu usměrňovače zahrnuje pouze jeho vstupní, střídavou část, stejnosměrná část je pak řešena zvlášť, nejčastěji pomocí Eulerovi metody. V této zprávě je představena definice plného stavového modelu ve fázových souřadnicích umožňující přesnou diskretizaci všech proměnných. Praktickou implementací FCS-MPC se zabývá zpráva č. 22190-034-2015.

Literatura

[1] B. Wu, High-power converters and AC drives, 1st ed., ser. Wiley-IEEE Press. John Wiley & Sons, Inc., 2006.WU, Bin. *High-Power Converters and ac Drives*. Hoboken, New Jersey: John Willey & Sons, 2006. ISBN 9780471731719.

[2] Karl Johan Åström, Bjorn Wittenmark: “Computer-Controlled Systems: Theory and Design”, Third Edition. Courier Corporation, 2011, ISBN 0486486133, 557 pages.

[3] P. Correa, J. Rodriguez, I. Lizama, and D. Andler, “A predictive control scheme for current-source rectifiers,” IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 56, no. 5, pp. 1813–1815, May. 2009.

[4] S. Kouro, P. Cortes, R. Vargas, U. Ammann, and J. Rodriguez, “Model predictive control-A simple and powerful method to control power converters,” IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 56, no. 6, pp. 1826–1838, Jun. 2009.

[5] J. Rodriguez, M. P. Kazmierkowski, J. R. Espinoza, P. Zanchetta, H. Abu-Rub, H. A. Young, and C. A. Rojas, “State of the art of finite control set model predictive control in power electronics,” IEEE Trans. Ind. Informat., vol. 9, no. 2, pp. 1003–1016, May. 2013.

[6] M. Rivera, J. Rodriguez, B. Wu, J. Espinoza, and C. Rojas, “Current control for an indirect matrix converter with filter resonance mitigation,” IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 59, no. 1, pp. 71–79, Jan. 2012.

[7] M. Rivera, J. Rodriguez, J. Espinoza, T. Friedli, J. Kolar, A. Wilson, and C. Rojas, “Imposed sinusoidal source and load currents for an indirect matrix converter,” IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 59, no. 9, pp. 3427– 3435, Sep. 2012.

[8] J. Rodriguez, B. Wu, M. Rivera, A. Wilson, V. Yaramasu, and C. Rojas, “Model predictive control of three-phase four-leg neutral-point-clamped inverters,” in Int. Power Electron. Conf. (IPEC), Jun. 2010, pp. 3112– 3116, Sapporo, Japan.

[9] M. Perez, R. Fuentes, and J. Rodriguez, “Predictive control of DC link voltage in an active-front-end rectifier,” in IEEE Int. Symp. on Ind. Electron. (ISIE), Jun. 2011, pp. 1811–1816, Gdansk, Poland.

Seznam obrázků

Historie revizí

Rev.	Kapitola	Popis změny	Datum Jméno / Odd.
1	Všechny	Publikování dokumentu	15.12.2015 JM / RICE