



**FAKULTA
ELEKTROTECHNICKÁ
ZÁPADOČESKÉ
UNIVERZITY
V PLZNI**

**Pracoviště: Regionální inovační centrum elektrotechniky /
Katedra elektromechaniky a výkonové
elektroniky**

Výzkumná zpráva č.: 22190 - 043 - 2017

HODNOCENÍ MATEMATICKÝCH MODELŮ ASYNCHRONNÍHO MOTORU

Druh úkolu:	Vědecko- výzkumný
Řešitelé:	Doc. Ing. Karel Zeman, CSc
Vedoucí úkolu:	Prof. Ing. Zdeněk Peroutka, PhD
Počet stran:	17
Datum vydání:	Prosinec 2017

Zpráva vznikla s podporou projektů č. LO1607 a SGS-2015-038.

Anotace

Zpráva se zabývá hodnocením matematických modelů asynchronního motoru pro práci v „reálném čase“.

Hodnoceny jsou 2 modely, používané na RICE:

- Proudový model (vstupy ...proudy statoru, otáčky) pracující v souřadném systému statoru.
- Proudový model pracující v souřadném systému rotorového magnetického toku.

Varianty hodnocených modelů:

- Druh numerická integrace
- Velikost periody vzorkování výpočtů

Obsah

1	Úvod	4
2	Algoritmy matematických modelů	4
2.1	Teoretický úvod	4
2.2	Model pracující v souřadném systému statoru (x, y) ... (α, β)	6
2.3	Model pracující v souřadném systému (d, q), svázaném s vektorem magnetického toku rotoru	7
3	Simulovaný pohon se skalárním řízením	8
4	Vzorkování výpočtů modelů	9
5	Hodnocení modelů	10
5.1	Model vzorkován ve vrcholcích „pily“ PWM	10
5.1.1	Oblast malých otáček	10
5.1.2	Oblast středních otáček	11
5.1.3	Oblast vysokých otáček	12
5.1.4	Letmý start při $f_m = 100$ 1/s	13
5.2	Model vzorkován s kratší periodou vzorkování	14
5.2.1	Výpočet modelu „v reálném čase“	14
5.2.2	Hodnocení modelů	15
5.2.3	Letmý start	17
6	Závěry	17

1 Úvod

Při hodnocení algoritmů je využíván simulační model pohonu se skalárním řízením. Skalární řízení bylo zvoleno proto, že nevyužívá výstupy hodnocených modelů (selhání modelu neovlivní činnost pohonu).

Základní vlastnosti hodnocených modelů jsou známy:

- Model pracující v souřadném systému magnetického toku (d, q) pracuje uspokojivě v rozsahu otáček ($0 \div 2 \cdot n_n$), při rychlých přechodových jevech pracuje s určitou chybou.
- Model pracující v souřadném systému statoru (x, y) (často je tento systém označován také (α, β)) pracuje v rychlých přechodových jevech přesněji, v oblasti vyšších otáček však selhává.
- Při vhodném vzorkování výpočtů algoritmů modelů nemají výstupy modelů (složky statorového proudu v souřadném systému rotorového magnetického toku) střídavou složku.

Ve předkládané zprávě je popsán a zhodnocen vliv

- Numerické integrační metody při výpočtu diferenciálních rovnic modelů.
- Periody vzorkování výpočtů algoritmů modelů.
- Synchronizace vzorkování výpočtů algoritmů modelů s PWM modulací střídače.

na činnost modelů.

2 Algoritmy matematických modelů

2.1 Teoretický úvod

$X_{a,b,c}$... fázové hodnoty veličiny X

Úhlová rychlost rotoru ... ω_m

Počet pólů ... p_p

Kmitočet střídače ... f_s

Rychlost rotace magnetického toku rotoru ... ω_{Ψ_sk}

Přepočtená rychlost rotace magnetického toku rotoru ... $\omega_{\Psi} = p_p \cdot \omega_{\Psi_sk}$ (v ustáleném stavu $\omega_{\Psi} = 2 \cdot \pi \cdot f_s$)

Poloha (úhel pootočení) souřadného systému ... ϑ

Veličiny v souřadném systému statoru (x, y) ... index 1

Veličiny v souřadném systému rotoru ... index 2

Veličiny v souřadném systému magnetického toku rotoru (d, q) ... index 3

Rychlost rotace souřadného systému 1 ... $\omega_1 = 0$

Rychlost rotace souřadného systému 2 ... $\omega_2 = p_p \cdot \omega_m = \frac{d\vartheta_2}{dt}$

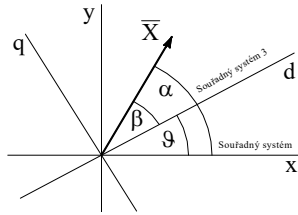
Rychlost rotace souřadného systému 3 ... $\omega_3 = \frac{d\vartheta_3}{dt} = \omega_\Psi$

Relativní rychlost systémů 3,2 ... $\omega_{32} = \omega_3 - \omega_2 = \frac{d\vartheta_{32}}{dt} = \omega_\Psi - p_p \cdot \omega_m = \omega_{r\Psi}$

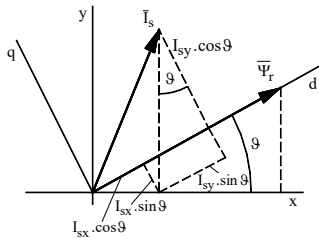
Prostorový vektor ...

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{2}{3} \cdot \left(X_a + X_b \cdot e^{j \cdot \frac{2\pi}{3}} + X_c \cdot e^{j \cdot \frac{4\pi}{3}} \right) \Rightarrow \\ \operatorname{Re}\{\bar{X}\} &= \frac{2}{3} \cdot X_a - \frac{1}{3} \cdot (X_b - X_c) \\ \operatorname{Im}\{\bar{X}\} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (X_b - X_c)\end{aligned}\quad (1)$$

Přepočtení prostorových vektorů:



$$\begin{aligned}\bar{X}_1 &= \lambda \cdot e^{j \cdot \alpha} \\ \bar{X}_3 &= \lambda \cdot e^{j \cdot \beta} = \lambda \cdot e^{j \cdot (\alpha - \vartheta)} = \bar{X}_1 \cdot e^{-j \cdot \vartheta} \Rightarrow \\ X_d &= X_x \cdot \cos \vartheta + X_y \cdot \sin \vartheta \\ X_q &= -X_x \cdot \sin \vartheta + X_y \cdot \cos \vartheta\end{aligned}\quad (2)$$



$$\begin{aligned}\cos \vartheta &= \frac{\Psi_x}{|\Psi|}, \quad \sin \vartheta = \frac{\Psi_y}{|\Psi|} \\ I_{sd} &= \frac{I_{sx} \cdot \Psi_x + I_{sy} \cdot \Psi_y}{|\Psi|} \\ I_{sq} &= \frac{I_{sy} \cdot \Psi_x - I_{sx} \cdot \Psi_y}{|\Psi|}\end{aligned}\quad (3)$$

Derivace přepočtených veličin:

$$\begin{aligned}\bar{X}_2 &= \bar{X}_1 \cdot e^{-j \cdot \vartheta_{21}} \quad \dots \quad \frac{d\bar{X}_2}{dt} = \frac{d\bar{X}_1}{dt} \cdot e^{-j \cdot \vartheta_{21}} + \bar{X}_1 \cdot (-j \cdot \frac{d\vartheta_{21}}{dt}) \cdot e^{-j \cdot \vartheta_{21}} = \frac{d\bar{X}_1}{dt} \cdot e^{-j \cdot \vartheta_{21}} - j \cdot p_p \cdot \omega_m \cdot \bar{X}_1 \cdot e^{-j \cdot \vartheta_{21}} \\ \bar{X}_2 &= \bar{X}_3 \cdot e^{-j \cdot \vartheta_{23}} \quad \dots \quad \frac{d\bar{X}_2}{dt} = \frac{d\bar{X}_3}{dt} \cdot e^{-j \cdot \vartheta_{23}} + \bar{X}_3 \cdot (-j \cdot \frac{d\vartheta_{23}}{dt}) \cdot e^{-j \cdot \vartheta_{23}} = \frac{d\bar{X}_3}{dt} \cdot e^{-j \cdot \vartheta_{23}} + j \cdot \omega_{r\Psi} \cdot \bar{X}_3 \cdot e^{-j \cdot \vartheta_{23}}\end{aligned}$$

Napěťová rovnice pro rotorový obvod s klecovou kotvou

Napěťová rovnice pro obvod rotoru	$\bar{U}_{r2} = 0 = R_r \cdot \bar{i}_r + \frac{d\bar{\Psi}_{r2}}{dt}$	(4)
Přepočtená rovnice do souřadného systému statoru	$\bar{U}_{r1} = 0 = R_r \cdot \bar{i}_r + \frac{d\bar{\Psi}_{r1}}{dt} - j \cdot p_p \cdot \omega_m \cdot \bar{\Psi}_{r1}$	(5)
Přepočtená rovnice do souřadného systému mg. toku	$\bar{U}_{r3} = 0 = R_r \cdot \bar{i}_r + \frac{d\bar{\Psi}_{r3}}{dt} + j \cdot \omega_{r\Psi} \cdot \bar{\Psi}_{r3}$	(6)

Vztah mezi proudy statoru a rotoru	$\begin{aligned}\bar{i}_s + \bar{i}_r &= I_m = \frac{\bar{\Psi}_h}{L_h} \\ \bar{i}_r &= -\bar{i}_s + \frac{\bar{\Psi}_h}{L_h} = -\bar{i}_s + \frac{\bar{\Psi}_r}{L_h} - \frac{L_{r\sigma}}{L_h} \cdot \bar{i}_r \Rightarrow \\ \bar{i}_r &= -\frac{L_h}{L_r} \cdot \bar{i}_s + \frac{1}{L_r} \cdot \bar{\Psi}_r\end{aligned}$	(7)
------------------------------------	---	-----

2.2 Model pracující v souřadném systému statoru (x, y) ... (α, β)

Algoritmy modelu - souřadný systém statoru (x, y)

(5), (7)	$\frac{d\bar{\Psi}_r}{dt} = R_r \cdot \frac{L_h}{L_r} \cdot \bar{I}_s - \frac{R_r}{L_r} \cdot \bar{\Psi}_r + j \cdot p_p \cdot \omega_m \cdot \bar{\Psi}_r$
(3)	$I_{sd} = \frac{I_{sx} \cdot \Psi_{rx} + I_{sy} \cdot \Psi_{ry}}{ \bar{\Psi}_r }, I_{sq} = \frac{I_{sy} \cdot \Psi_{rx} - I_{sx} \cdot \Psi_{ry}}{ \bar{\Psi}_r }$

Vstupy:

- Proudý statoru: I_{sa}, I_{sb}, I_{sc}
- Otáčky motoru: n

$$\omega_m = \frac{\pi \cdot n}{30}, Q = p_p \cdot \omega_m \quad (p_p \dots \text{počet pólů})$$

{Model pracující v souřadném systému (x, y) ... index p }

{Programovací jazyk ... Delphi}

{Perioda vzorkování ... TV_{mod} }

$\left\{ \frac{d\Psi_r}{dt} \rightarrow dF_r \right\}$

```

if t<0.1{5*h} then begin      {start Euler}
  Frxp:=Frxp+dFrxp*TVmod;
  Fryp:=Fryp+dFryp*TVmod;
end;      {start Euler}
if t>=0.1{5*h} then begin
{xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx Adams_1.Euler}
  Frxp:=Frxp+TVmod*dFrxp;
  Fryp:=Fryp+TVmod*dFryp;
{xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx Adams_2}
  {Frxp:=Frxp+TVmod/2*(3*dFrxp-dFrxp1);
  Fryp:=Fryp+TVmod/2*(3*dFryp-dFryp1);}
{xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx Adams_3}
  {Frxp:=Frxp+TVmod/12*(23*dFrxp-16*dFrxp1+5*dFrxp2);
  Fryp:=Fryp+TVmod/12*(23*dFryp-16*dFryp1+5*dFryp2);}
{xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx Adams_4}
  {Frxp:=Frxp+TVmod/2*(55*dFrxp-59*dFrxp1+37*dFrxp2-9*dFrxp3);
  Fryp:=Fryp+TVmod/24*(55*dFryp-59*dFryp1+37*dFryp2-9*dFryp3);}
{xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx}
end;      {Adams}
Isp:=2/3*Isa-1/3*(Isb+Isc);
Isyp:=1/sqrt(3)*(Isb-Isc);
Isp:=sqrt(Isp*Isp+Isyp*Isyp);
{xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx vypocet derivaci}
{ F ≈ Ψ, dF ≈ dΨ/dt }
dFrxp3:=dFrxp2;dFrxp2:=dFrxp1;dFrxp1:=dFrxp;
dFryp3:=dFryp2;dFryp2:=dFryp1;dFryp1:=dFryp;
dFrxp:=Rr*Lh/Lr*Isp-Rr/Lr*Frxp-Q*Fryp;
dFryp:=Rr*Lh/Lr*Isyp-Rr/Lr*Fryp+Q*Frxp;
{xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx}
if Frxp>10 then Frxp:=10;
if Frxp<-10 then Frxp:=-10;
if Fryp>10 then Fryp:=10;
if Fryp<-10 then Fryp:=-10;
Frp:=sqrt(Frxp*Frxp+Fryp*Fryp);

```

```

if abs(Frxp)>0.01 then Frxp1:=Frxp;
if abs(Frxp)<0.01 then begin if Frxp>=0 then Frxp1:=0.01;
                           if Frxp<0 then Frxp1:=-0.01;
                           end;
                           {vyp. Frx1}
thetap1:=arctan(Fryp/Frxp1);
if Frxp>0 then thetap:=thetap1;
if Frxp<0 then thetap:=thetap1+pi;
thetap_st:=thetap*180/pi;
if Frp<0.01 then Frp:=0.01;
{Vystupy modelu:}
lsdp:=(lsxp*Frxp+lsyp*Fryp)/Frp;
lsqp:=(lsyp*Frxp-lsxp*Fryp)/Frp;
Mp:=pp*3/2*Lh/Lr*(Frxp*lsyp-Fryp*lsxp);

```

2.3 Model pracující v souřadném systému (d, q), svázaném s vektorem magnetického toku rotoru

Algoritmy modelu:

(6), (7)	$\frac{d\bar{\Psi}_r}{dt} = R_r \cdot \frac{L_h}{L_r} \cdot \bar{I}_s - \frac{R_r}{L_r} \cdot \bar{\Psi}_r - j \cdot \omega_{r\Psi} \cdot \bar{\Psi}_r \Rightarrow$ $\frac{d\Psi_{rd}}{dt} = \frac{d \bar{\Psi}_r }{dt} = R_r \cdot \frac{L_h}{L_r} \cdot I_{sd} - \frac{R_r}{L_r} \cdot \bar{\Psi}_r $ $0 = R_r \cdot \frac{L_h}{L_r} \cdot I_{sq} - \omega_{r\Psi} \cdot \bar{\Psi}_r \Rightarrow \omega_{r\Psi} = I_{sq} \cdot \frac{L_h}{L_r} \cdot \frac{R_r}{ \bar{\Psi}_r }$
$\vartheta_\Psi = \int \omega_\Psi \cdot dt$	$\frac{d\vartheta_\Psi}{dt} = \omega_\Psi = p_p \cdot \omega_m + \omega_{r\Psi}$
(2)	$I_{sd} = I_{sx} \cdot \cos \vartheta + I_{sy} \cdot \sin \vartheta$ $I_{sq} = I_{sy} \cdot \cos \vartheta - I_{sx} \cdot \sin \vartheta$

Vstupy:

- Proudý statoru: I_{sa}, I_{sb}, I_{sc}
- Otáčky motoru: n

$$\omega_m = \frac{\pi \cdot n}{30}, Q = p_p \cdot \omega_m \quad (p_p \dots \text{počet pólů})$$

{ Model pracující v souřadném systému (d, q) index z }

{Programovací jazyk ... Delphi}

{Perioda vzorkování ... TV_{mod} }

$$\left\{ \frac{d\Psi_r}{dt} \approx dF_r \right\}$$

```

lsxz:=2/3*Isa-1/3*(Isb+Isc);
lsyz:=1/sqrt(3)*(Isb-Isc);
lsz:=sqrt(lsxz*lsxz+lsyz*lsyz);
lsdz:=lsxz*cos(thetaz)+lsyz*sin(thetaz);
lsqz:=lsyz*cos(thetaz)-lsxz*sin(thetaz);
lmz:=sqrt(lsdz*lsdz+lsqz*lsqz);
dFrz:=lsdz*Rr*Lh/Lr-Frz*Rr/Lr;
if Frz<0.05 then Frz:=0.05;
Qrz:=(lsqz*Rr*Lh)/(Frz*Lr);
Qsz:=Q+Qrz;

```

```

{Euler}
Frz:=Frz+dFrz*TVmod;
thetaz:=thetaz+Qsz*TVmod;
thetaz_st:=thetaz*180/pi;
Frzx:=Frz*cos(thetaz);
Fryz:=Frz*sin(thetaz);
Mz:=pp*3/2*Lh/Lr*Frz*lsqz;

```

{Vystupy modelu: lsdz, lsqz, Mz}

3 Simulovaný pohon se skalárním řízením

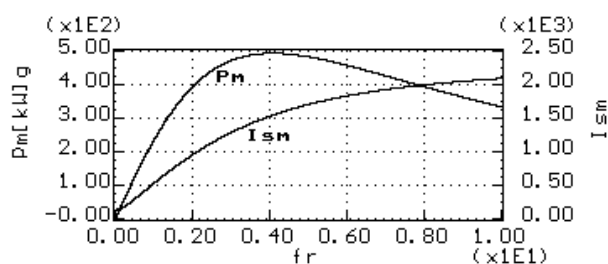
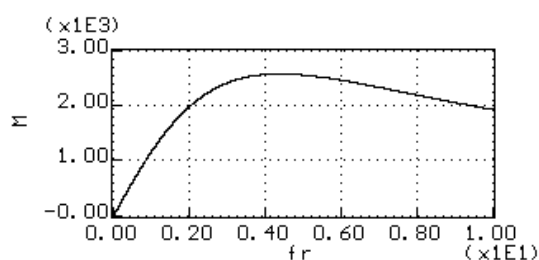
Motor

Škoda ML3450 K/4, $P = 160 \text{ kW}$, $U_{\text{sef}} = 420/1.73 = 242.5 \text{ V}$, $I_{\text{sef}} = 281.5 \text{ A}$, 4-pólový

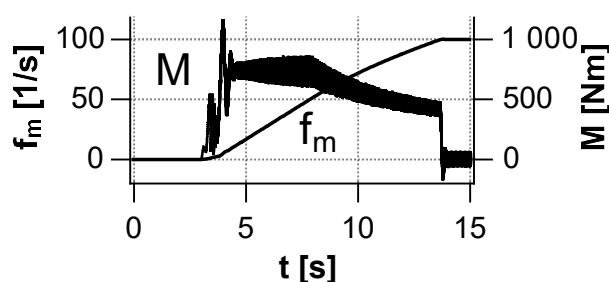
$R_s = 0.0116 \Omega$, $R_r = 0.0097 \Omega$;

$L_{\sigma s} = 0.000226 \text{ H}$, $L_{\sigma r} = 0.000133 \text{ H}$, $L_{\sigma} = 0.000359 \text{ H}$, $X_{\sigma} = 0.1127 \Omega$ (50 Hz), $L_h = 0.00567 \text{ H}$

$s_k = \frac{R_r}{X_{\sigma}} = 0.086$, $f_{rk} = 4.3 \text{ Hz}$

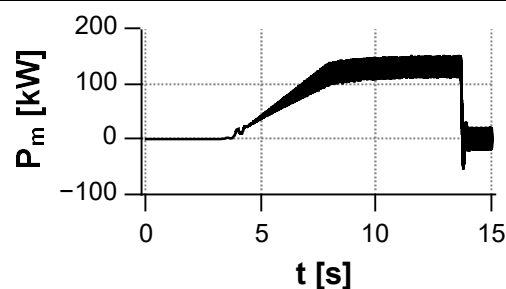


Skalární řízení – rozběh na dvojnásobek jmenovitých otáček



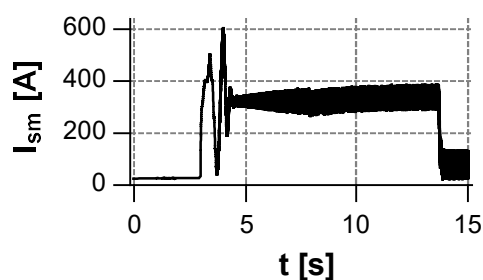
$f_m \dots$ přepočtené otáčky $f_m = \frac{p_p \cdot \omega_m}{2 \cdot \pi}$

$M \dots$ moment

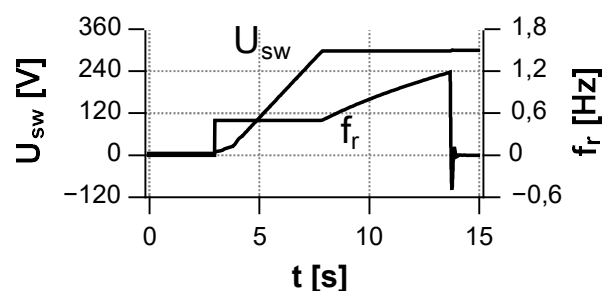


$P_m \dots$ výkon

skal_1.dpr



$I_{sm} = |\bar{I}_s| \dots$ velikost vektoru proudu statoru

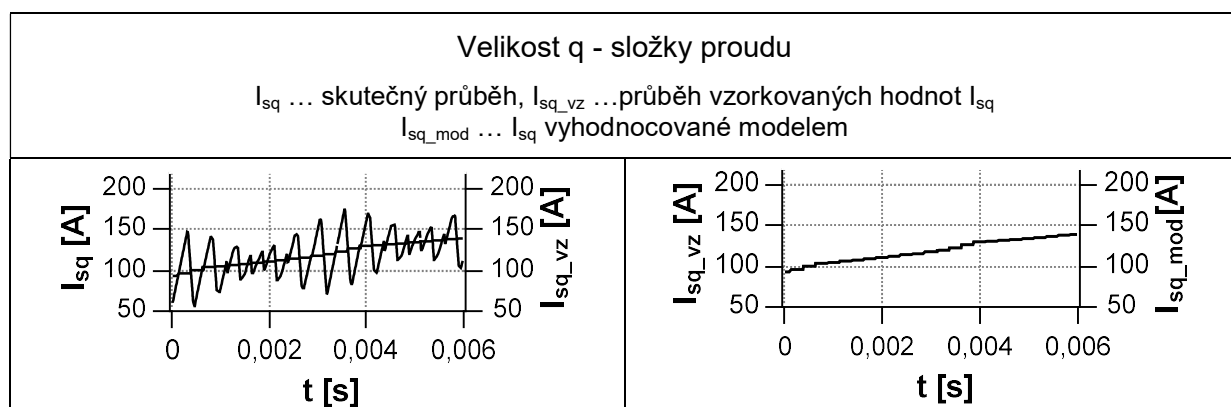
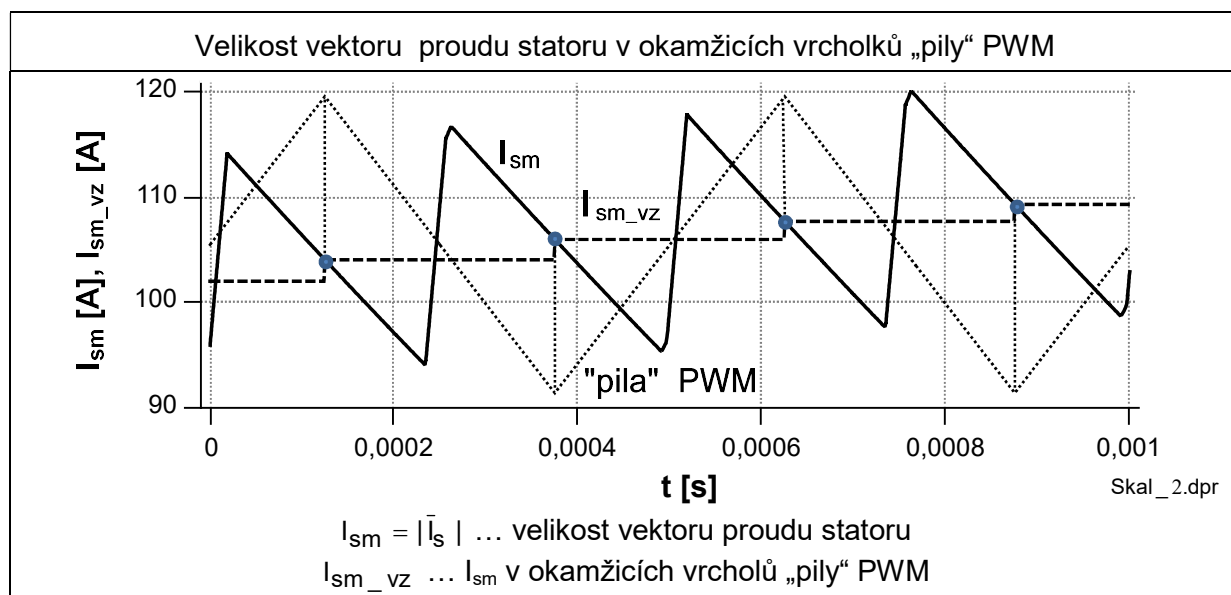


$U_{sw} \dots$ zadávané napětí střídače
 $f_r \dots$ rotorový kmitočet

Závěry:

- Skalární řízení může realizovat při $\omega_m < \omega_{mn}$ rozběh s cca konstantním momentem, při $\omega_m > \omega_{mn}$ s cca konstantním výkonem.
- V okolí nulových otáček nemá pohon se skalárním řízením dokonalé vlastnosti.

4 Vzorkování výpočtů modelů



Závěry:

- Veličiny I_{sm_vz} nemá v ustáleném stavu střídavou složku.
 - Výpočet modelů je vhodné vzorkovat ve vrcholcích „pily“ PWM

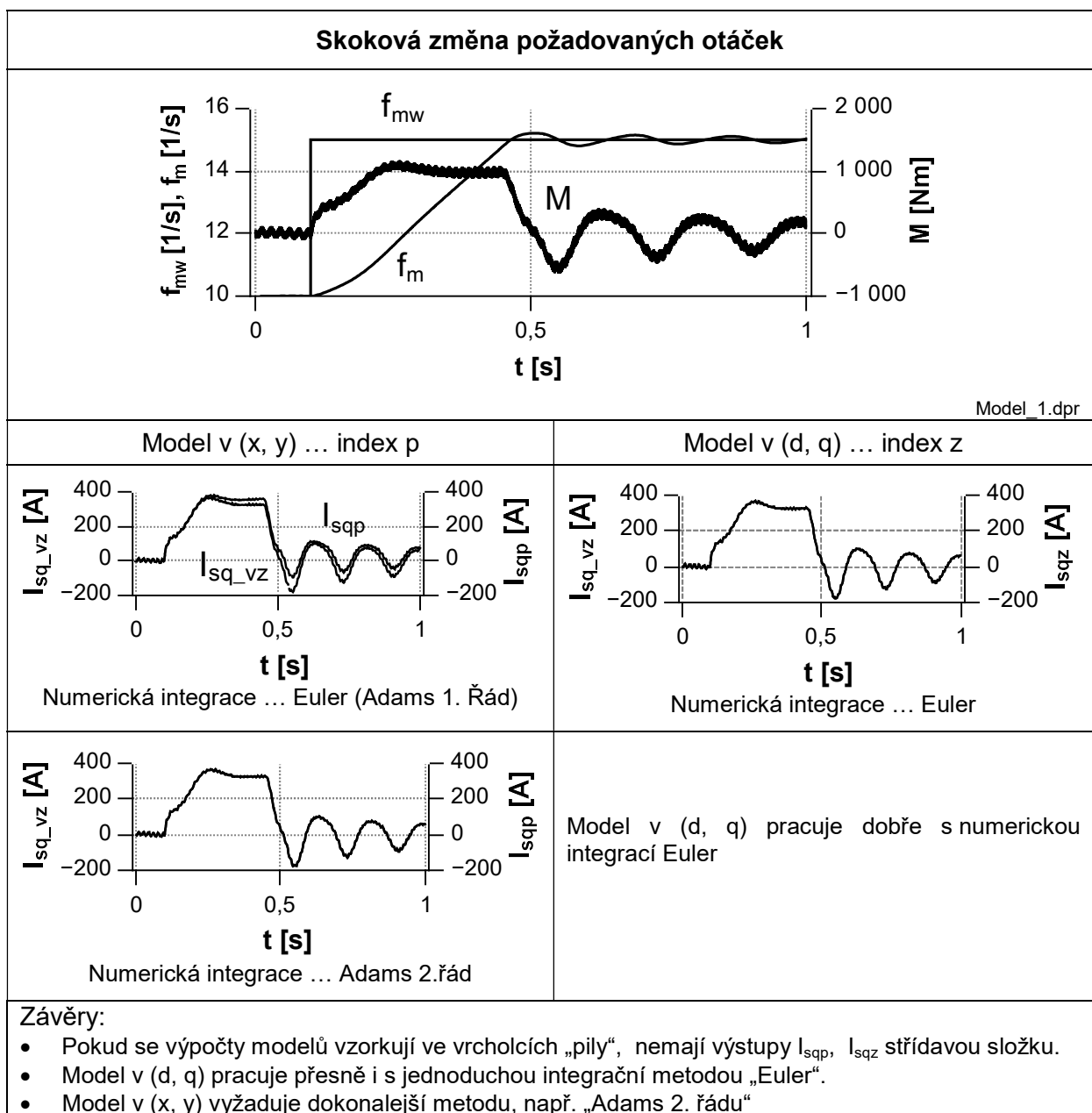
Veličiny bez střídavé složky jsou obecně výhodné pro regulační algoritmy (nenasycování regulátorů apod.)
- Výstupy přesně pracujících modelů jsou shodné se skutečnými veličinami I_{sd_vz} , I_{sq_vz} .

5 Hodnocení modelů

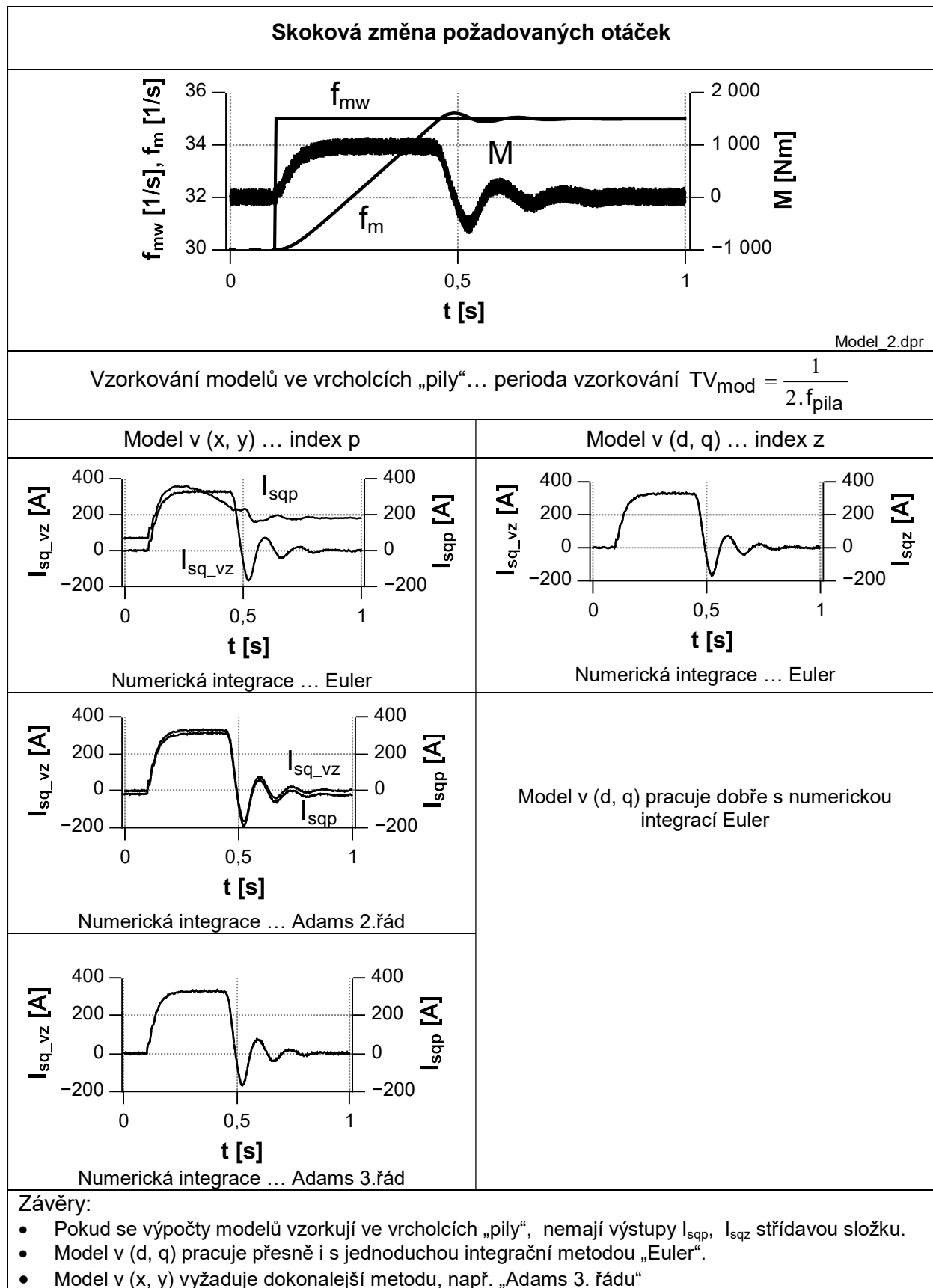
- I_{sd_vz} , I_{sq_vz} ... skutečné složky vektoru proudu statoru (vypočtené přesně pracujícím simulačním modelem), vzorkované ve vrcholcích „pily“
- I_{sdp} , I_{sqp} ... složky vektoru proudu statoru, vyhodnocené modelem pracujícím v souřadném systému statoru (x, y).
- I_{sdz} , I_{sqz} ... složky vektoru proudu statoru, vyhodnocené modelem pracujícím v souřadném systému magnetického toku (d, q).

5.1 Model vzorkován ve vrcholcích „pily“ PWM

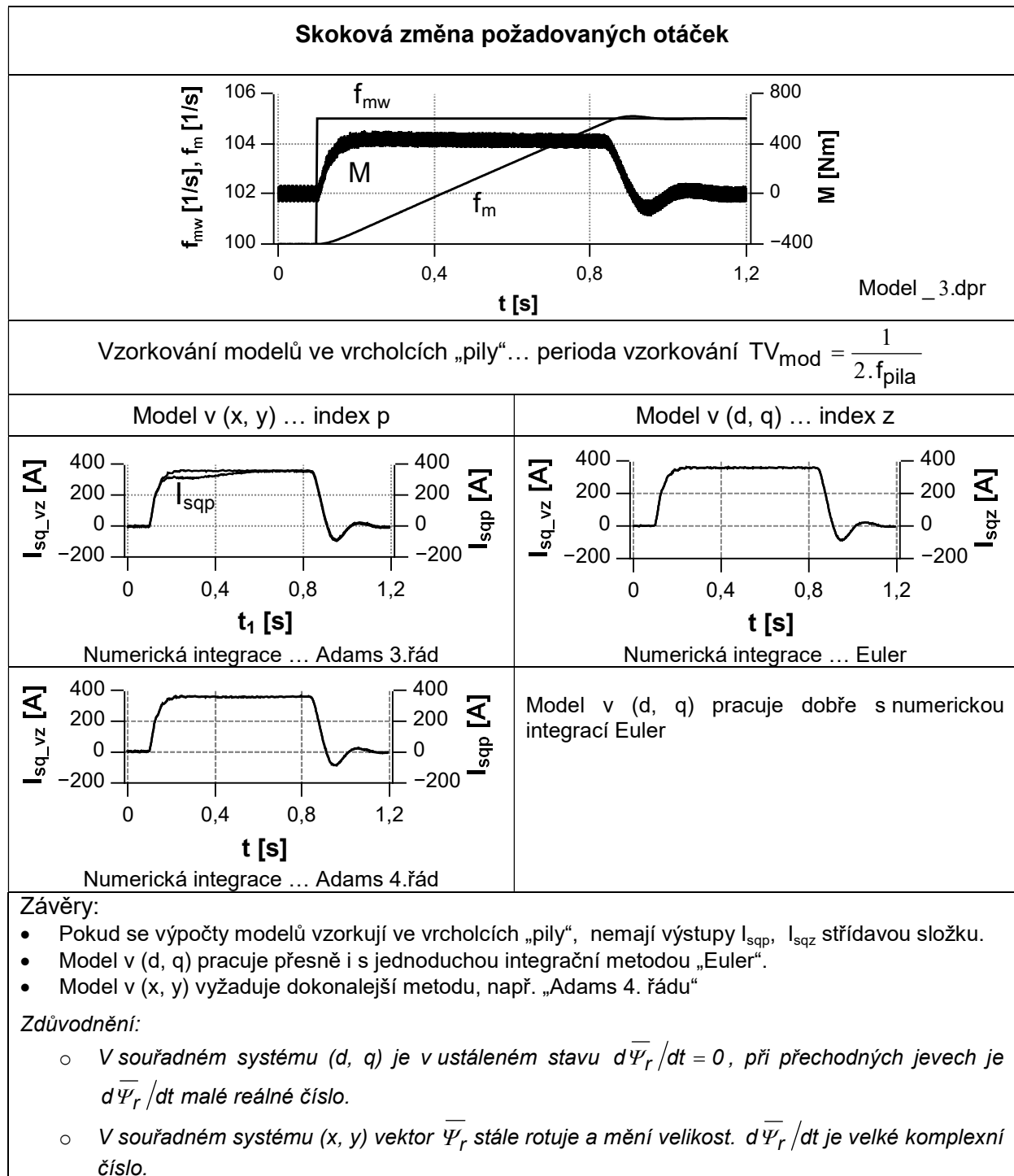
5.1.1 Oblast malých otáček



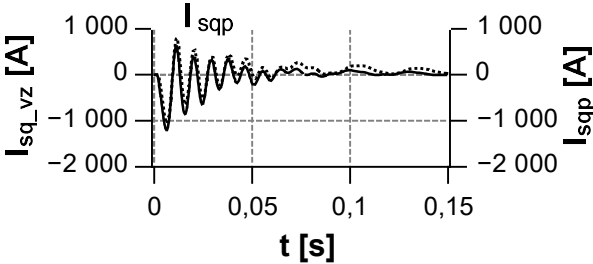
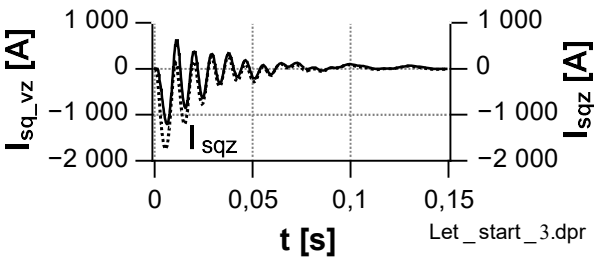
5.1.2 Oblast středních otáček



5.1.3 Oblast vysokých otáček

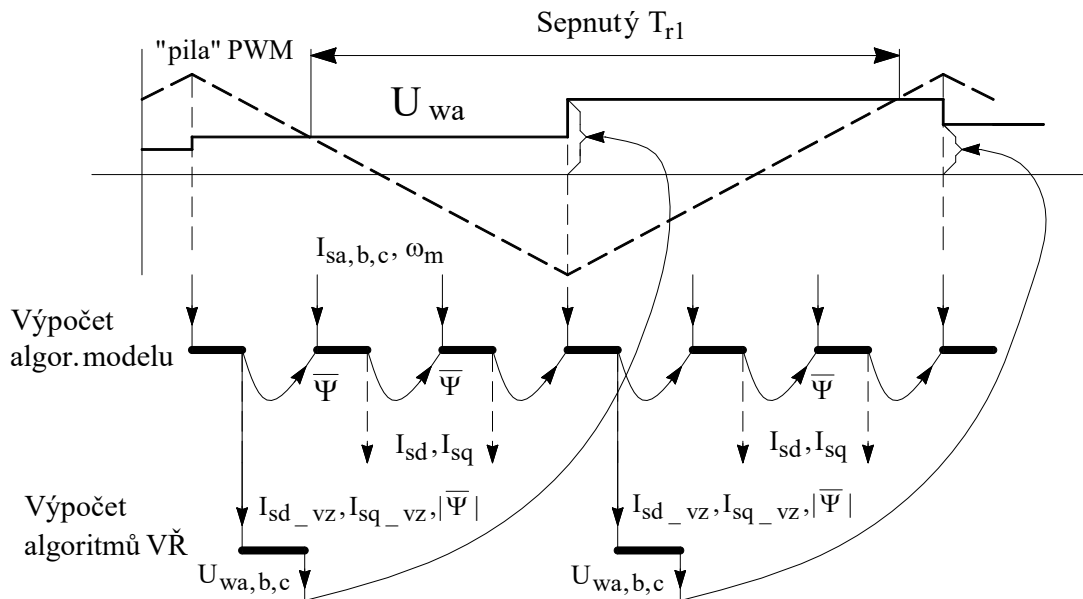


5.1.4 Letmý start při $f_m = 100$ 1/s

Model v (x, y) ... index p	Model v (d, q) ... index z
 Numerická integrace Adams 4.řád	 Numerická integrace Euler
Závěr: V rychlých přechodových jevech pracuje model v (x, y) přesněji	

5.2 Model vzorkován s kratší periodou vzorkování

5.2.1 Výpočet modelu „v reálném čase“

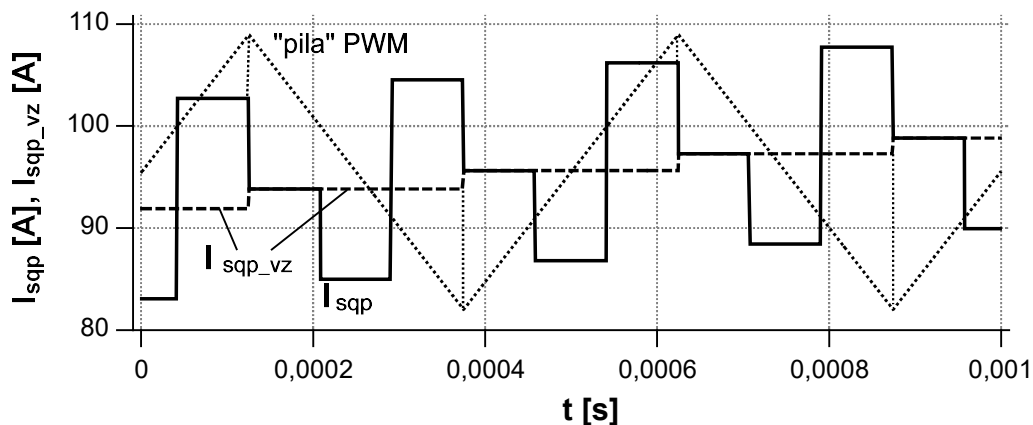


Simulace výpočtů v reálném čase:

- Výpočet regulačních algoritmů je prováděn v okamžicích vrcholů „pily“ (perioda vzorkování $TV_{reg} = \frac{1}{2 \cdot f_{pila}}$).

Chyba nevzniká ... vstupy využívané při výpočtu algoritmů VR se realizují na začátku výpočtu algoritmů modelu.

- Výpočet algoritmů modelu je synchronizován s výpočtem regulačních algoritmů, perioda vzorkování $TV_{mod} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2 \cdot f_{pila}}$.
- Do výpočtů $U_{wa,b,c}$ je vkládáno dopravní zpoždění TV_{reg}

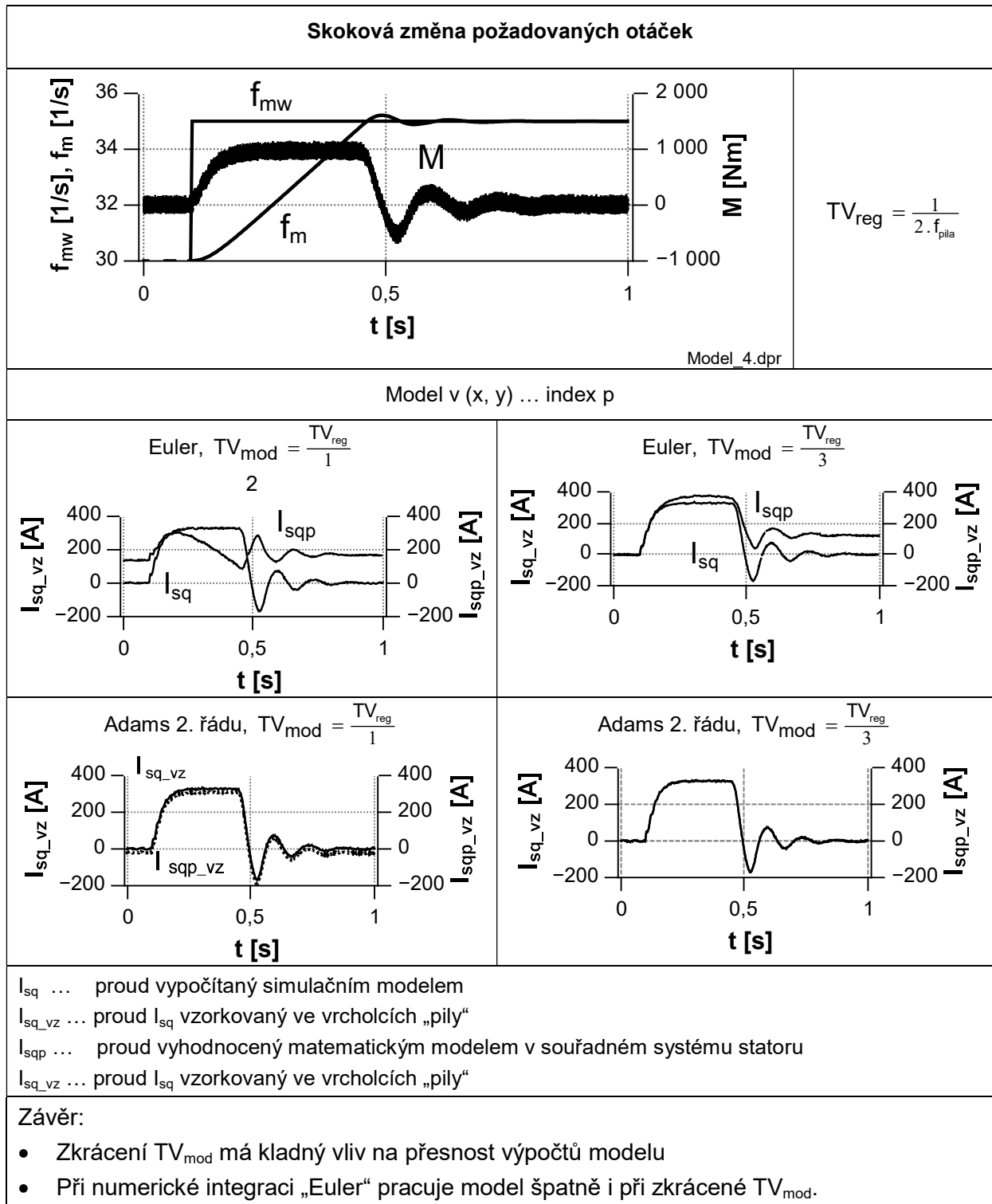


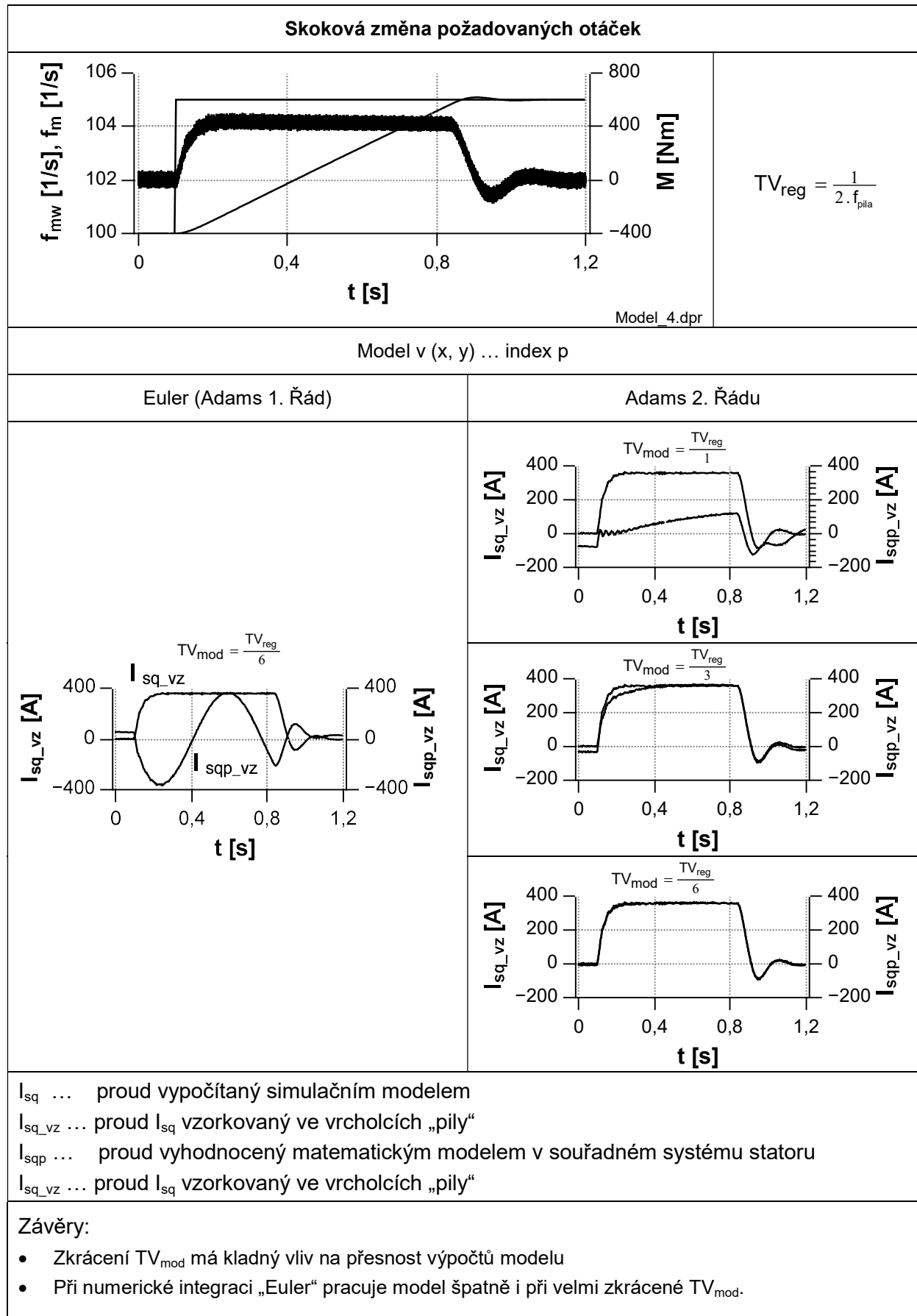
Model_4a.dpr

Závěr:

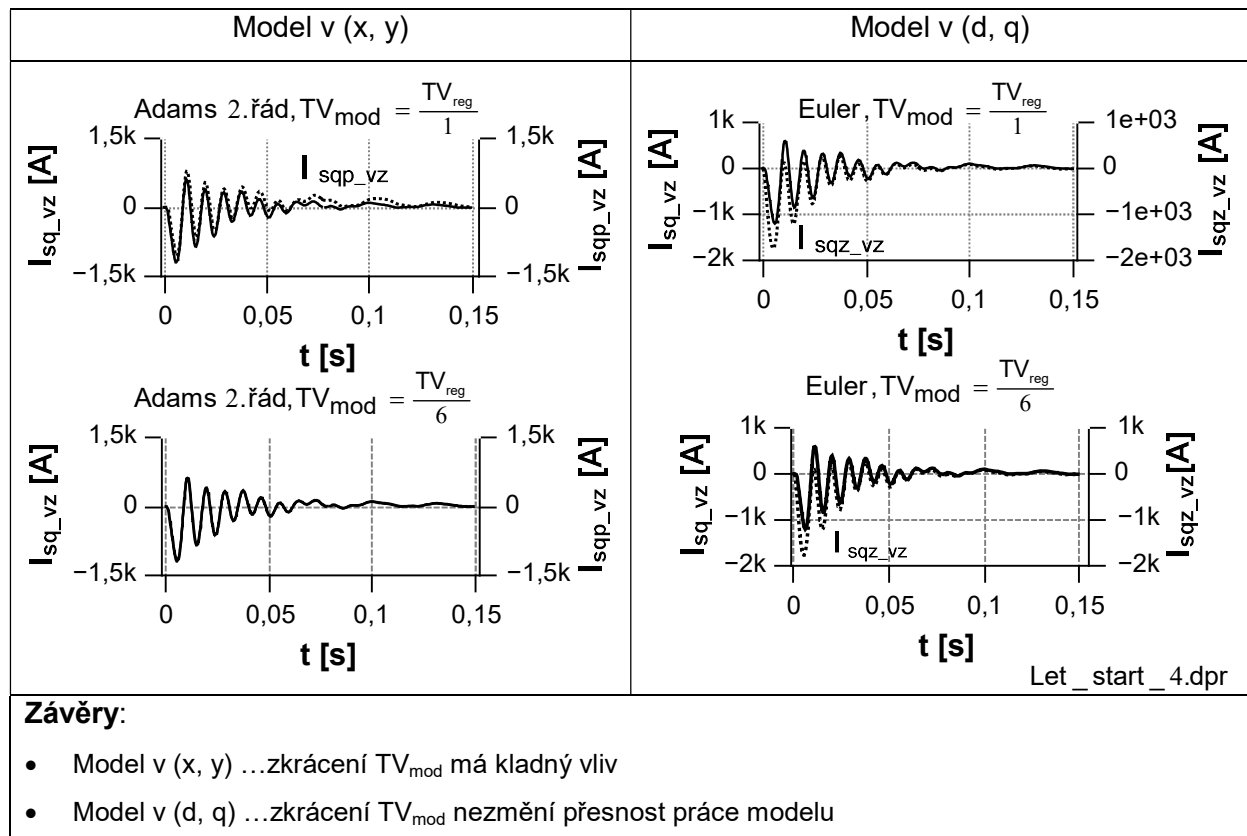
- Model je počítán s kratší periodou vzorkování $TV_{mod} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2 \cdot f_{pila}}$
- Vektorové řízení využívá veličinu I_{sq_vz} , která nemá střídavou složku.
- Doba jednoho výpočtu modelu + doba výpočtu algoritmů VR musí být kratší než TV_{mod}

5.2.2 Hodnocení modelů





5.2.3 Letmý start



6 Závěry

- Vzorkování výpočtu algoritmů modelů je vhodné synchronizovat s „pilou“ PWM. Při vzorkování ve vrcholcích „pily“ mají proudy I_{sd} , I_{sq} vyhodnocené modely takřka nulovou střídavou složku.
- K výpočtu diferenciálních rovnic algoritmů modelu v (d, q) lze využívat jednoduchou integrační metodu „Euler“.
- K výpočtu diferenciálních rovnic algoritmů modelu v (x, y) je nutno využívat dokonalejší integrační metodu (ve výše uvedených simulacích byla využívána metoda „Adams – 4. řád“).
- Při velmi rychlých přechodových jevech pracuje model v (x, y) přesněji.
- Numerickou integraci v algoritmech modelu v (x, y) lze zlepšit zkrácením periody vzorkování TV_{mod} .
 - Vypočtené I_{sd} , I_{sq} pak mají nenulovou střídavou složku (střídavá složka komplikuje činnost regulátorů, které využívají výstupy modelu).
 - Algoritmy regulátorů však mohou využívat pouze vhodně vybrané výstupy I_{sd} , I_{sq} , které střídavou složku nemají (výsledky výpočtů vzorkovaných ve vrcholcích „pily“).