

**Fakulta elektrotechnická
Regionální inovační centrum elektrotechniky**

**Optimální řízení IPMSM se zanedbáním
statorového odporu**

Pracoviště:	RICE
Číslo dokumentu:	22190-021-2018
Typ zprávy:	Výzkumná zpráva
Řešitelé:	Antonín Glac
Hlavní řešitel:	Zdeněk Peroutka
Počet stran:	20
Datum vydání:	11. 7. 2018
Oborové zařazení:	JA – Elektronika a optoelektronika, elektrotechnika

Zadavatel / zákazník:
Západočeská univerzita v Plzni
Regionální inovační centrum
elektrotechniky
Univerzitní 8
306 14 Plzeň

Zpracovatel / dodavatel:
Západočeská univerzita v Plzni
Regionální inovační centrum
elektrotechniky
Univerzitní 8
306 14 Plzeň

Kontaktní osoba:
Ing. Antonín Glac
tel. 377634108
glac@rice.zcu.cz

**Tato práce vznikla s finanční podporou TAČR v rámci projektu č.
TE02000103 (CIDAM) a s podporou projektu SGS-2018-009.**

Anotace

Tato výzkumná zpráva se zabývá metodou optimálního řízení synchronního motoru s vnitřními permanentními magnety (IPMSM). Na základě simulací a laboratorního měření jsou ověřovány algoritmy optimálního řízení se zanedbáním statorového odporu, založené na aktuálně publikovaných teoretických článcích. Tyto algoritmy pracují na základě výpočtů průsečíků kvadratických křivek. Vypočtené optimální hodnoty požadavků na proudy v osách $[d, q]$ slouží jako vstup pro vektorové řízení motoru.

Klíčová slova

IPMSM, optimální řízení, kvadratické křivky

Název zprávy v anglickém jazyce / Report title

Optimal control of interior permanent magnet synchronous machine

Anotace v anglickém jazyce / Abstract

This research report deals with optimal control methods of interior permanent magnet synchronous machine. Algorithms are verified by simulations and measurement in laboratory. These algorithms are based on computation intersections of quadratic curves. Computed optimal values of $[d, q]$ current requests are used as input for vector control of the machine.

Klíčová slova v anglickém jazyce / Keywords

IPMSM, optimal control, quadrics,

Seznam symbolů a zkratk

IPMSM	Synchronní motor s vnitřními permanentními magnety
λ_d	magnetický tok v ose d
λ_q	magnetický tok v ose q
λ_r	jmenovitý magnetický tok
λ_i	magnetický tok - intersection
x	převrácená hodnota magnetického toku
<i>safety_v</i>	bezpečnostní koeficient
ω	elektrická úhlová rychlost
L_Δ	rozdíl indukčností v ose d a ose q
ψ_{PM}	magnetický tok permanentních magnetů
I_{sm}	amplituda maximálního trvalého proudu
ω	elektrická úhlová rychlost
L_d	indukčnost v ose d
L_q	indukčnost v ose q
M	moment stroje
M_{max}	maximální dosažitelný moment stroje
$M_{intersect}$	maximální dosažitelný moment v rámci MTPA
MTPA	křivka maximum torque per ampere
MTPV	křivka maximum torque per voltage
MTPF	křivka maximum torque per flux

Obsah

1	ÚVOD	5
1.1	MEZNÍ KŘIVKY	5
1.1.1	<i>Kružnice maximálního proudu.....</i>	<i>5</i>
1.1.2	<i>Elipsa dosažitelného napětí (při zanedbání R_s)</i>	<i>5</i>
1.2	OPTIMÁLNÍ KŘIVKY	5
1.2.1	<i>MTPA</i>	<i>5</i>
1.2.2	<i>MTPV/MTPF (při zanedbání R_s).....</i>	<i>5</i>
1.3	KŘIVKA MOMENTU	6
2	METODY OPTIMÁLNÍHO ŘÍZENÍ SE ZANEDBÁNÍM STATOROVÉHO ODPORU	8
2.1	BEZPEČNOSTNÍ KOEFICIENT	9
2.2	VÝPOČET MAXIM PROUDŮ I_{d, I_q} A MOMENTU	9
2.2.1	<i>Intersection - max. dosažitelný moment v rámci MTPA</i>	<i>12</i>
2.3	VÝPOČET PROUDŮ NA ZÁKLADĚ MOMENTU	13
2.3.1	<i>Průsečík M s MTPA</i>	<i>13</i>
2.3.2	<i>Průsečík M s elipsou dosažitelného napětí</i>	<i>14</i>
3	TESTOVÁNÍ ALGORITMU	17
4	ZÁVĚR	18

1 Úvod

Tato zpráva popisuje implementaci metody optimálního řízení popsané v [1].

Výpočet optimálního pracovního bodu synchronního stroje s vyniklými póly lze provést pomocí analytického výpočtu průsečíků mezních a optimálních křivek. Bez zanedbání statorového odporu vede analytické řešení na rovnici 4. řádu, při zanedbání R_s se některé z nich zjednoduší na kvadratické rovnice.

1.1 Mezní křivky

Dosažitelná kombinace proudů $[i_d, i_q]$ je omezena několika mezními křivkami

1.1.1 Kružnice maximálního proudu

$$I_d^2 + I_q^2 \leq I_{max}^2$$

Závislá pouze na parametrech motoru.

1.1.2 Elipsa dosažitelného napětí (při zanedbání R_s)

$$\lambda_d^2 + \lambda_q^2 \leq \left(\frac{U}{\omega}\right)^2$$

$$(L_d \cdot i_d + \psi_{PM})^2 + (L_q \cdot i_q)^2 \leq \left(\frac{U}{\omega}\right)^2$$

Závislá na parametrech motoru, napětí a otáčkách.

Pro $L_d = L_q$ přechází na kružnici.

1.2 Optimální křivky

Kromě mezních křivek lze popsat také optimální křivky.

1.2.1 MTPA

MTPA – maximum torque per ampere (v [2] označováno jako MTPC – max.torque per current)

Udává závislost složek proudu $[i_d, i_q]$ tak, aby pro danou absolutní hodnotu vektoru proudu byl dosažen maximální moment.

$$\frac{\left(i_d + \frac{\psi_{PM}}{2(L_d - L_q)}\right)^2}{\left(\frac{\psi_{PM}}{2(L_d - L_q)}\right)^2} - \frac{i_q^2}{\left(\frac{\psi_{PM}}{2(L_d - L_q)}\right)^2} = 1$$

Závislá pouze na parametrech motoru.

Pro $L_d = L_q$ je totožná s osou y (i_q).

1.2.2 MTPV/MTPF (při zanedbání R_s)

MTPV – maximum torque per voltage / MTPF – maximum torque per flux

Ohraničují stabilní oblast odbuzení.

$$\frac{\left(\lambda_d + \frac{L_q \cdot \psi_{PM}}{2L_d}\right)^2}{\left(\frac{L_q \cdot \psi_{PM}}{2L_d}\right)^2} - \frac{\lambda_q^2}{\left(\frac{L_q \cdot \psi_{PM}}{2L_d}\right)^2} = 1$$

Závislé na parametrech motoru, MTPV také na otáčkách.

Pro $R_s = 0$ nebo $\omega \rightarrow \infty$ jsou křivky MTPV a MTPF totožné.

Pro $L_d = L_q$ přechází na přímku procházející bodem $[-\frac{\psi_{PM}}{L_d}, 0]$, rovnoběžnou s osou y (i_q).

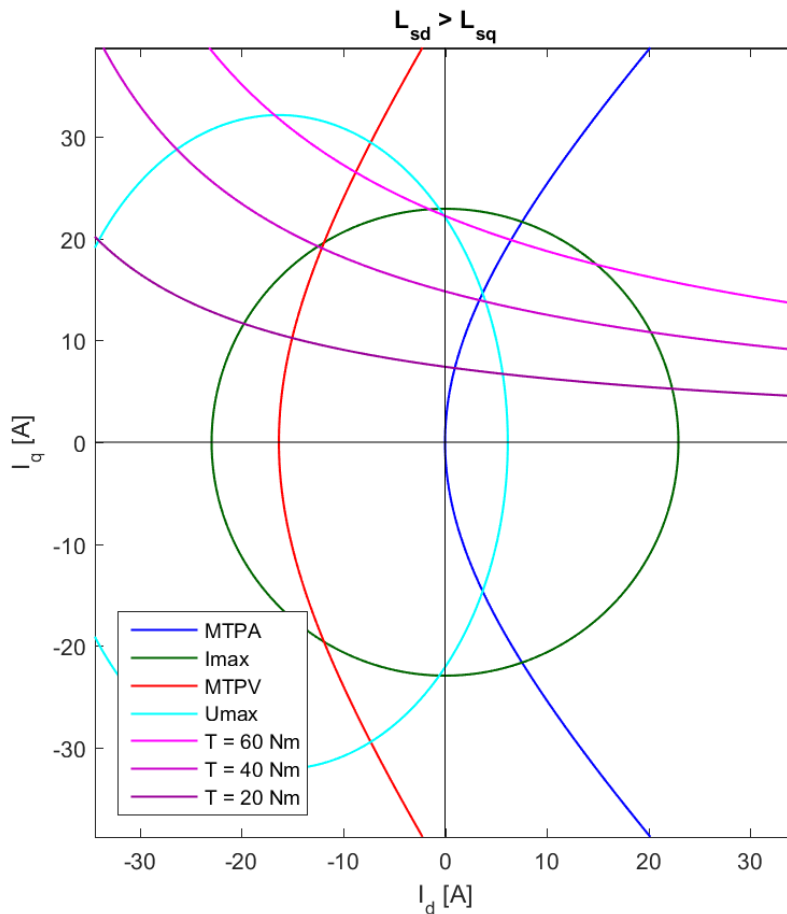
1.3 Křivka momentu

Hyperbola, závislá na parametrech motoru a požadovaném momentu

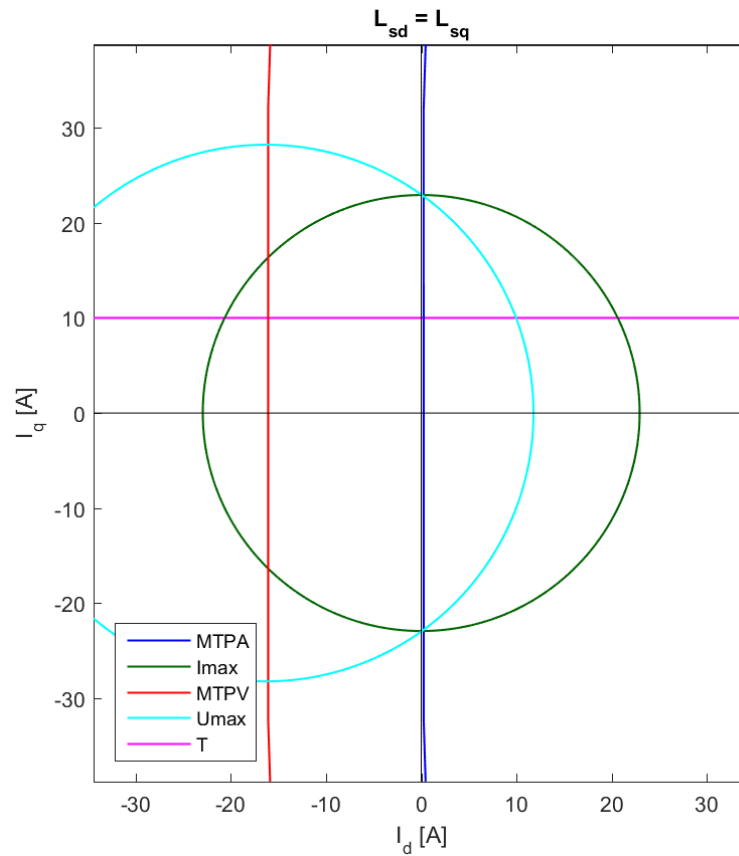
$$M = \frac{3}{2} \cdot p_p \cdot (i_q \cdot \lambda_d - i_d \cdot \lambda_q)$$

$$M = \frac{3}{2} \cdot p_p \cdot \left(\lambda_d \cdot \lambda_q \cdot \left(\frac{1}{L_q} - \frac{1}{L_d} \right) + \frac{\psi_{PM} \cdot \lambda_q}{L_d} \right)$$

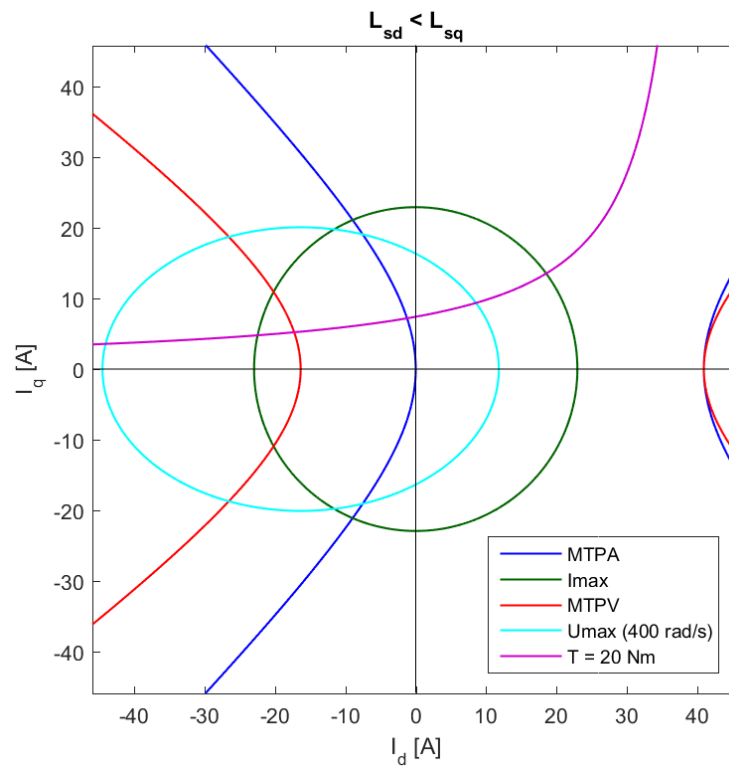
$$M = \frac{3}{2} \cdot p_p \cdot \left((L_d - L_q) i_d \cdot i_q + \psi_{PM} \cdot i_q \right)$$



Obr. 1.1 Příklad mezních a optimálních křivek pro různé hodnoty indukčnosti



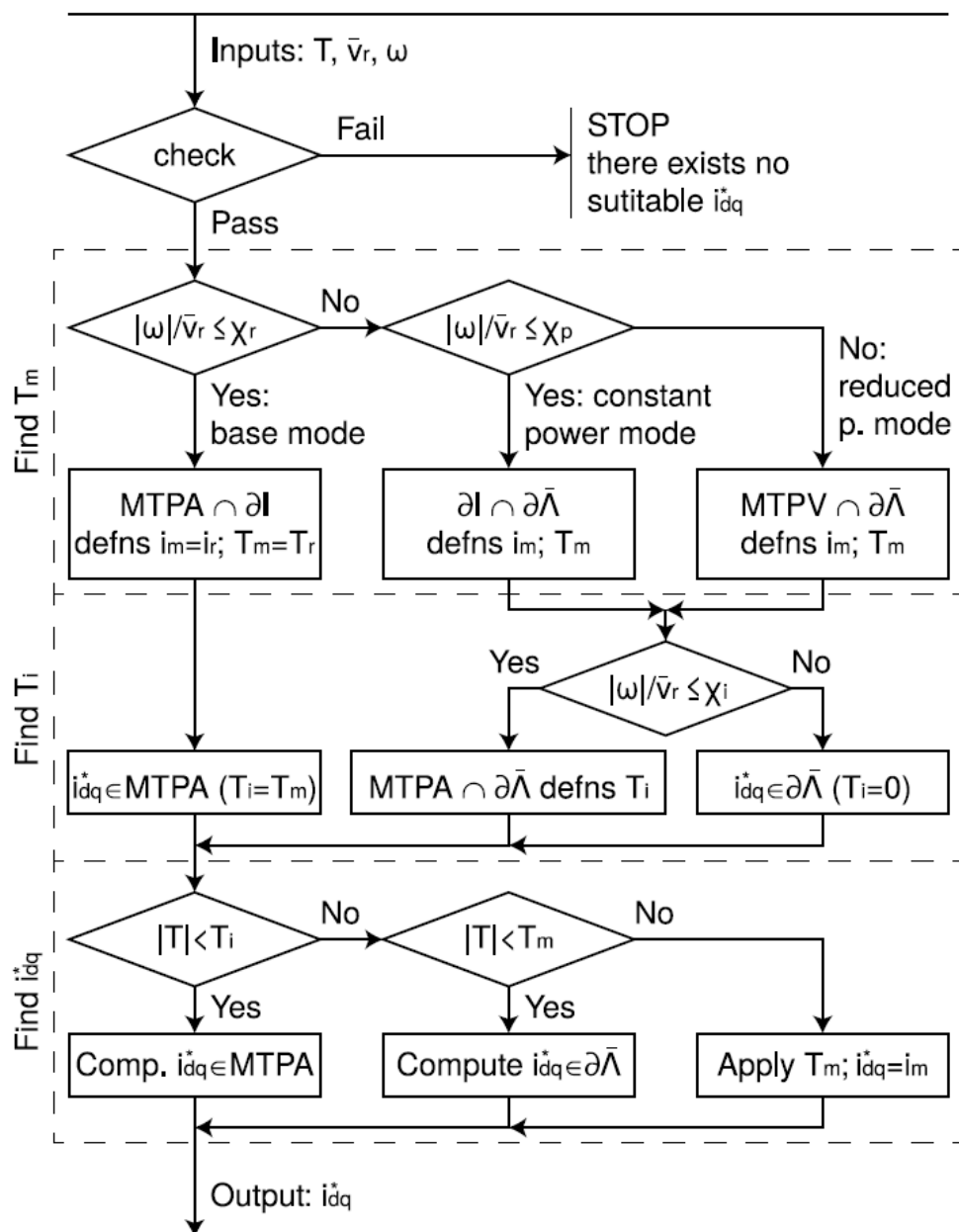
Obr. 1.2 Příklad mezních a optimálních křivek pro stejné hodnoty indukčnosti



Obr. 1.3 Příklad mezních a optimálních křivek pro různé hodnoty indukčnosti

2 Metody optimálního řízení se zanedbáním statorového odporu

Pro zjednodušení výpočetního algoritmu se uvažuje nulový statorový odpor motoru. Výpočet optimálního pracovního bodu dle [1] je popsán vývojovým diagramem na Obr. 2.1.



Obr. 2.1 Algoritmus optimálního řízení se zanedbáním statorového odporu [1]

(∂I – kružnice max. proudu

$\partial \bar{L}$ – elipsa dosažitelného napětí)

(T_m – maximální dosažitelný moment

T_i – max. dosažitelný moment v rámci MTPA)

Jednotlivé kombinace dvojic křivek, mezi kterými řešíme průsečík, jsou vybírány v závislosti na hodnotě magnetického toku λ , resp. jeho převrácené hodnotě $x = \frac{1}{\lambda} = \frac{|\omega|}{U}$. Hodnoty x pro jmenovitý stav (x_r), mez odbuzování při maximálním proudu (x_p) a mez odbuzování při nulové zátěži (x_i) jsou vypočteny na začátku běhu programu a zůstávají konstantní.

2.1 Bezpečnostní koeficient

Pro kompenzaci vlivu zanedbání statorového odporu se zavádí bezpečnostní koeficient *safety_v*, který zmenšuje elipsu dostupného napětí. Motor tak dříve přechází do režimu odbuzení.

Obvyklá hodnota se pohybuje v rozmezí 0,7÷0,9 v závislosti na statorovém odporu stroje.

2.2 Výpočet maxim proudů i_d, i_q a momentu

Maxima proudu jsou řešena pomocí polynomu 2. řádu (odvozeno v [1] – Appendix B). Vždy jen jeden z dvojice vypočtených kořenů odpovídá fyzikální realitě.

MTPA

$$\frac{\left(i_d + \frac{\psi_{PM}}{2(L_d - L_q)}\right)^2}{\left(\frac{\psi_{PM}}{2(L_d - L_q)}\right)^2} - \frac{i_q^2}{\left(\frac{\psi_{PM}}{2(L_d - L_q)}\right)^2} = 1$$

Kružnice max. proudu

$$\frac{i_d^2}{I_{sm}^2} + \frac{i_q^2}{I_{sm}^2} = 1$$

Průsečík

$$i_d^2 + \left(\frac{\psi_{PM}}{2(L_d - L_q)}\right)i_d - \frac{I_{sm}^2}{2} = 0$$

Rovnice pro výpočet průsečíku má tvar a řešení

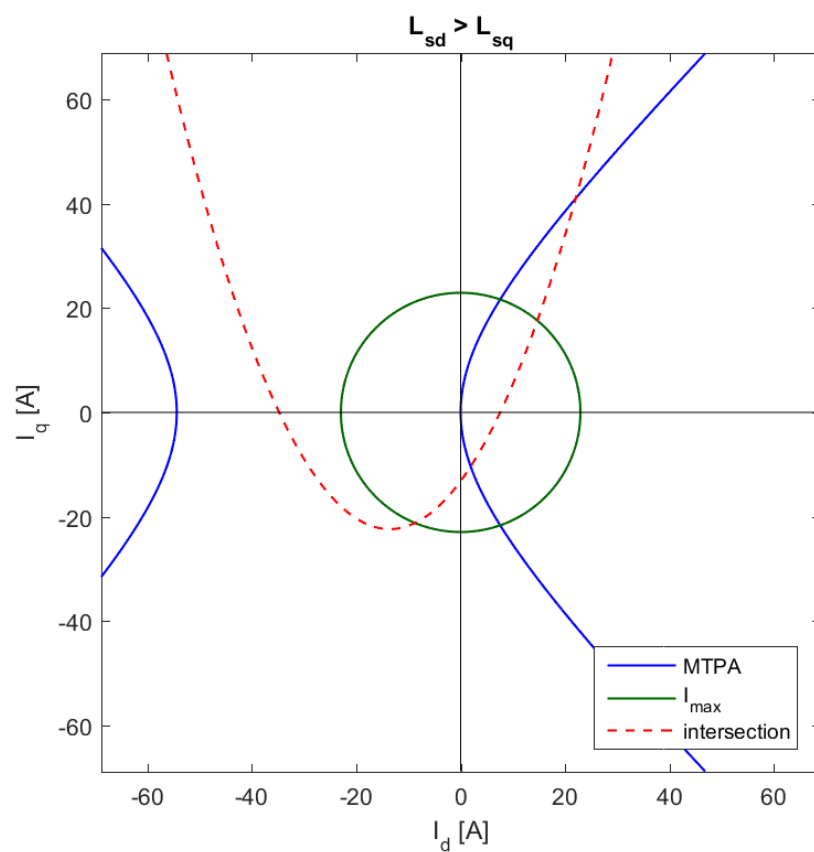
$$x^2 + bx + c = 0$$
$$x = \frac{-b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

Pro $L_d > L_q$ dává smysl pouze řešení

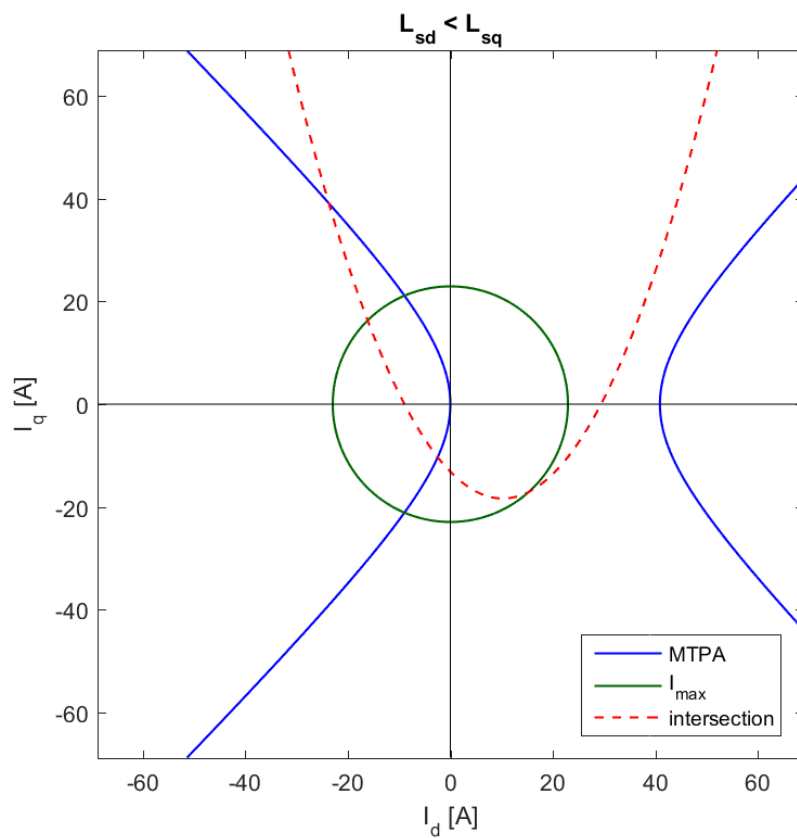
$$x = \frac{-b}{2} + \frac{\sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

Pro $L_d < L_q$ má koeficient b opačné znaménka a smysl dává pouze řešení

$$x = \frac{-b}{2} - \frac{\sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

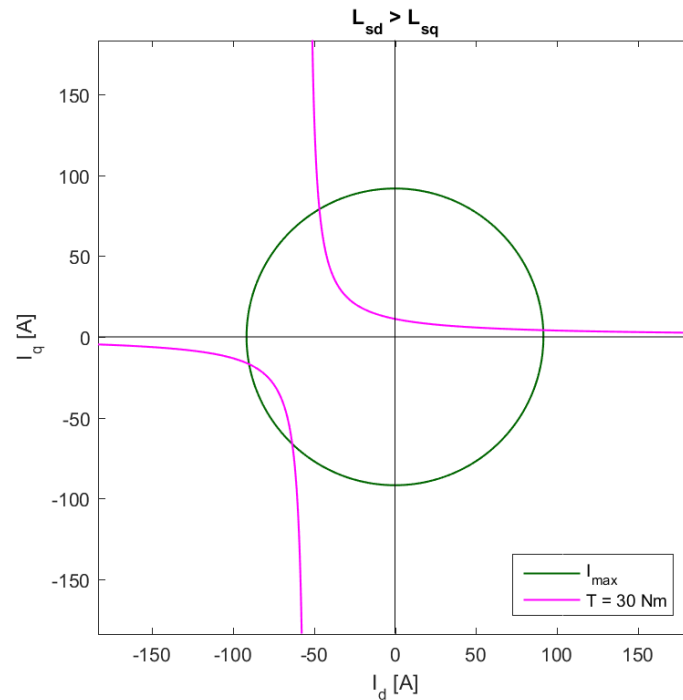


Obr. 2.2 polynom pro výpočet průsečíku MTPA a kružnice maximálního proudu ($L_d > L_q$), fyzikální význam má pouze pravá větev hyperboly MTPA



Obr. 2.3 polynom pro výpočet průsečíku MTPA a kružnice maximálního proudu ($L_d < L_q$), fyzikální význam má pouze levá větev hyperboly MTPA

Kvadratická funkce průsečíku bude mít vždy 2 reálné kořeny, i když původně řešený problém průsečíku hyperboly a kružnice může mít jen jeden pár reálných a jeden pár imaginárních kořenů



Obr. 2.4 Příklad, kdy vyjdou všechny kořeny reálné

Tvar hyperboly závisí na hodnotě $\frac{\psi_{PM}}{2(L_d - L_q)}$ (menší hodnota $\rightarrow$ větve jsou blíže k sobě)

Stejný postup platí pro výpočet průsečíků kružnice max. proudu a elipsy napětí

Elipsa napětí

$$\frac{\lambda_d^2}{(v_r/|\omega|)^2} + \frac{\lambda_q^2}{(v_r/|\omega|)^2} = 1$$

$$\lambda_d = L_d i_d + \psi_{PM}$$

$$\lambda_q = L_q i_q$$

$$v_r = \frac{U_{DC}}{2} \cdot (safety_v)$$

$$\lambda_r = v_r / |\omega|$$

$$L_\Delta = (L_d - L_q)$$

Průsečík

$$i_d^2 + \left(\frac{2 \cdot L_d \cdot \psi_{PM}}{(L_d^2 - L_q^2)} \right) i_d - \frac{\psi_{PM}^2 - \lambda_r^2 + L_q^2 I_{sm}^2}{(L_d^2 - L_q^2)} = 0$$

Stejný postup platí pro výpočet průsečíků kružnice max. proudu a MTPV

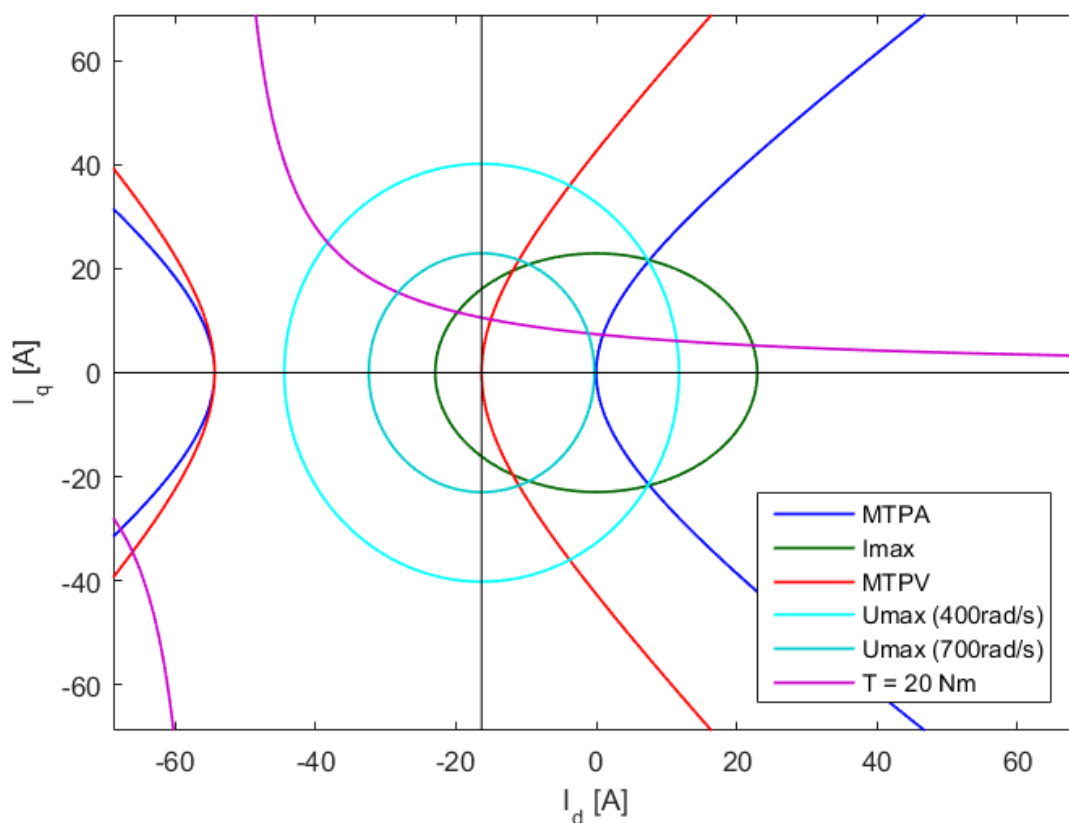
$$\frac{\left(\lambda_d + \frac{L_q \cdot \psi_{PM}}{2L_\Delta} \right)^2}{\left(\frac{L_q \cdot \psi_{PM}}{2L_\Delta} \right)^2} - \frac{\lambda_q^2}{\left(\frac{L_q \cdot \psi_{PM}}{2L_\Delta} \right)^2} = 1$$

Průsečík

$$\lambda_d^2 + \left(\frac{L_q \cdot \psi_{PM} \cdot (L_q^2 + L_\Delta^2)}{L_\Delta (L_d^2 + L_q^2)} \right) \lambda_d + \frac{L_q^2 L_\Delta (\psi_{PM}^2 - L_d^2 I_{sm}^2)}{L_\Delta (L_d^2 + L_q^2)} = 0$$

2.2.1 Intersection - max. dosažitelný moment v rámci MTPA

Platí pro rozsah λ mezi λ_r (jmenovitý mag. tok) a $\lambda_i = \frac{1}{\psi_{PM}}$. Rozděluje stavy, kdy je ještě možné odbuzovat motor po MTPA křivce. Měřítka a osy na Obr. 2.5 odpovídají souřadnicím magnetického toku.



Obr. 2.5 Oblast využití $M_{intersect}$ mezi 2 křivkami napětí

2.3 Výpočet proudů na základě momentu

V závislosti na vypočtených hodnotách momentu se výpočet rozdělí na 3 větve

- A) $M < M_{\text{intersect}}$ - hledaný proud leží na MTPA křivce
- B) $M_{\text{intersect}} < M < M_{\text{max}}$ - hledaný proud je omezen maximálním dostupným napětím, hledaný proud leží na elipse napětí
- C) $M > M_{\text{max}}$ - použijí se maxima z bodu 2.2

Výpočet průsečíků momentové hyperboly a hyperboly MTPA, případně elipsy napětí vede na řešení polynomu 4. řádu $\rightarrow$ 4 možná řešení, která jsou vypočteny pomocí Descartes-Eulerovy metody [3]

2.3.1 Průsečík M s MTPA

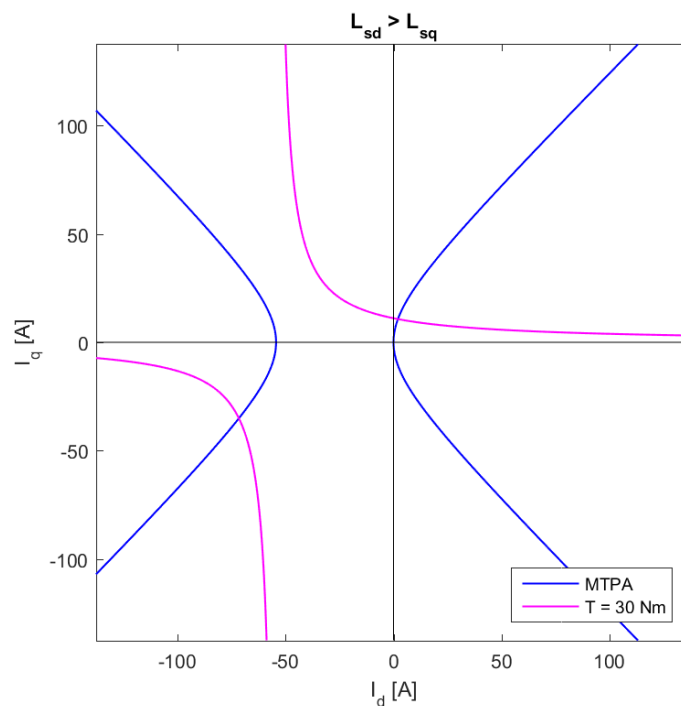
Odvozeno v [1]

$$L_{\Delta}^3 i_d^4 + 3 L_{\Delta}^2 \psi_{PM} i_d^3 + 3 L_{\Delta} \psi_{PM}^2 i_d^2 + \psi_{PM}^3 i_d - L_{\Delta} \left(M \frac{2}{3 \cdot p_p} \right)^2 = 0$$

$\rightarrow i_{d1,2,3,4}$, uvažují se jen reálné kořeny

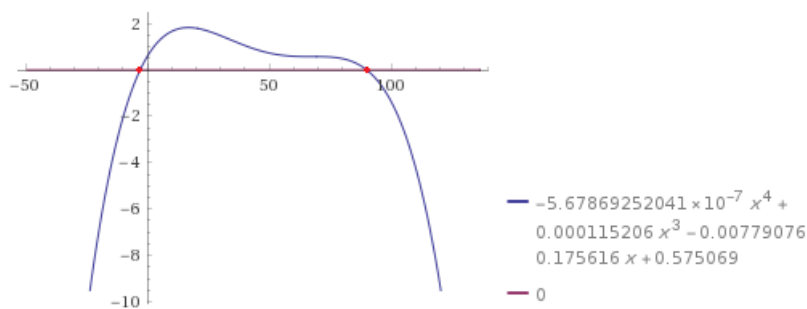
$$i_q = \pm \sqrt{i_d^2 + 2 i_d \frac{\psi_{PM}}{2(L_d - L_q)}}$$

Polarita i_q je zvolena dle polaroty momentu.

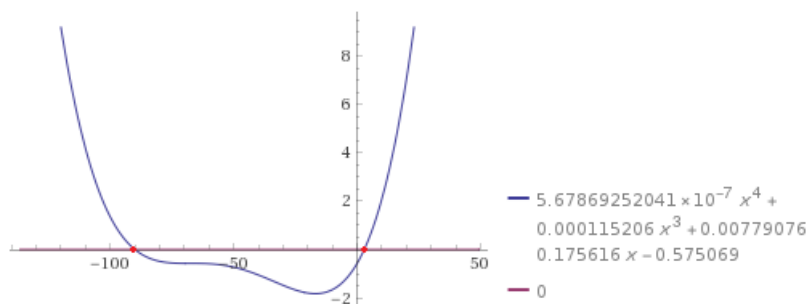


Obr. 2.6 Polynom 4.řádu ($L_d < L_q$)

Z reálných kořenů polynomu platí hodnota i_d s nejnižší absolutní hodnotou.



Obr. 2.7 Polynom 4.řádu ($L_d < L_q$), fyzikálně správný kořen je blíže nule



Obr. 2.8 Polynom 4.řádu ($L_d > L_q$), fyzikálně správný kořen je blíže nule

2.3.2 Průsečík M s elipsou dosažitelného napětí

V článku [1] je chybný vzorec (33). Korektní řešení bylo odvozeno ručně.

$$\frac{\lambda_d^2}{\left(\frac{v_r}{\omega}\right)^2} + \frac{\lambda_q^2}{\left(\frac{v_r}{\omega}\right)^2} = 1$$

$$M = \frac{3}{2} \cdot p_p \cdot (i_q \cdot \lambda_d - i_d \cdot \lambda_q) = \frac{3}{2} \cdot p_p \cdot \left(\lambda_d \cdot \lambda_q \cdot \left(\frac{1}{L_q} - \frac{1}{L_d} \right) + \frac{\psi_{PM} \cdot \lambda_q}{L_d} \right)$$

$$\bar{M} = M \frac{2}{3 \cdot p_p}$$

$$\bar{M} = \lambda_d \cdot \lambda_q \cdot \left(\frac{1}{L_q} - \frac{1}{L_d} \right) + \frac{\psi_{PM} \cdot \lambda_q}{L_d}$$

$$\lambda_d = \frac{\bar{M} - \frac{\psi_{PM} \cdot \lambda_q}{L_d}}{\lambda_q \cdot \left(\frac{1}{L_q} - \frac{1}{L_d} \right)}$$

$$K_L = \left(\frac{1}{L_q} - \frac{1}{L_d} \right)$$

$$\lambda_d = \frac{\bar{M} - \frac{\psi_{PM} \cdot \lambda_q}{L_d}}{\lambda_q \cdot K_L}$$

$$\lambda_d = \frac{\bar{M}}{\lambda_q \cdot K_L} - \frac{\psi_{PM}}{L_d \cdot K_L}$$

Dosazeno do rovnice elipsy

$$\lambda_q^2 + \left(\frac{\bar{M}}{\lambda_q \cdot K_L} - \frac{\psi_{PM}}{L_d \cdot K_L} \right)^2 - \left(\frac{v_r}{\omega} \right)^2 = 0$$

$$\lambda_q^4 + \left(\left(\frac{\psi_{PM}}{L_d \cdot K_L} \right)^2 - \left(\frac{v_r}{\omega} \right)^2 \right) \lambda_q^2 - 2 \frac{\bar{M} \cdot \psi_{PM}}{L_d \cdot K_L^2} \lambda_q + \frac{\bar{M}^2}{K_L^2} = 0$$

→ 4 kořeny λ_q (0,2 nebo 4 reálné)

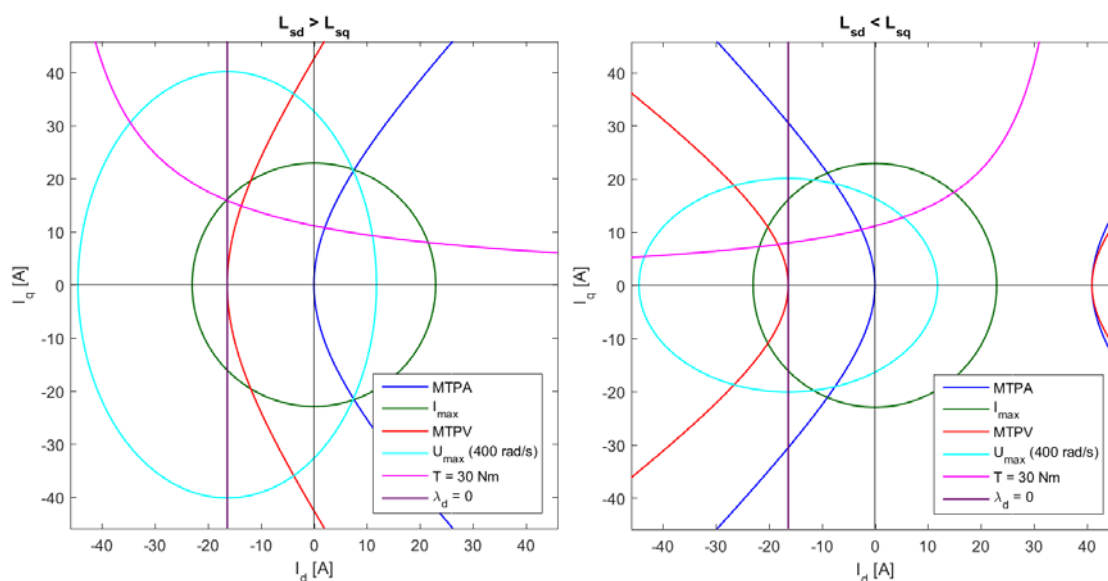
$$\lambda_d = \pm \sqrt{\left(\frac{v_r}{\omega} \right)^2 - \lambda_q^2}$$

$$i_d = \frac{\lambda_d - \psi_{PM}}{L_d}$$

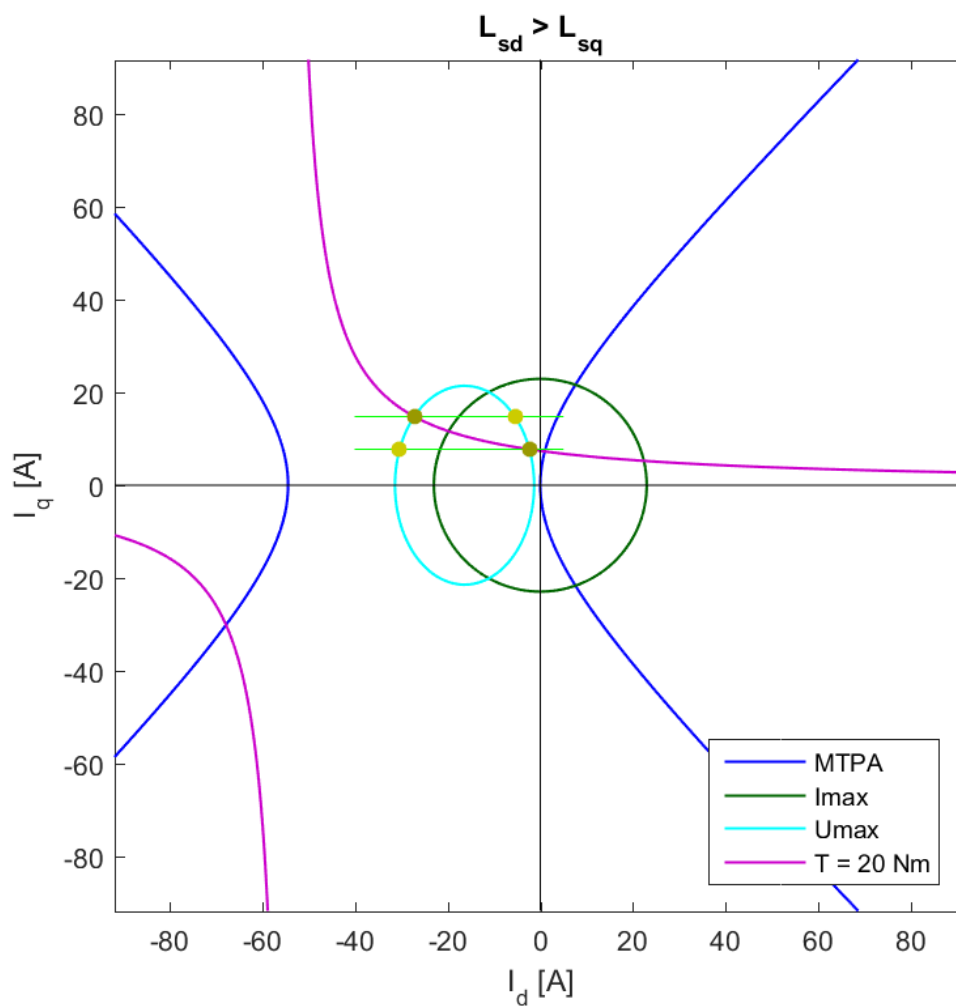
$$i_q = \frac{\lambda_q}{L_q}$$

→ Až 8 různých kombinací proudu $[i_d, i_q]$ (v praxi nejčastěji 2 reálné kořeny → 4 kombinace)

Pro $L_d > L_q$ není třeba uvažovat stavy $\lambda_d < 0 \rightarrow \lambda_d = +\sqrt{\left(\frac{v_r}{\omega} \right)^2 - \lambda_q^2}$



Obr. 2.9 magnetický tok λ_d - pro $L_{sd} < L_{sq}$ může nabývat záporných hodnot



Obr. 2.10 pracovní body vypočtené dle odvozeného vztahu, zelené přímky jsou reálnými kořeny polynomu 4. řádu pro λ_q

Odvozeným vztahem jsou vypočteny 4 body, ale pouze 2 jsou skutečnými průsečíky elipsy a hyperboly.

Problém – výběr správného výsledku polynomu 4. řádu

Možná kritéria

- minimalizace i_d
- $\text{sgn}(M) = \text{sgn}(i_q)$
- minimalizace $|i|$
- minimalizace ψ_d
- minimalizace $|\psi|$
- minimalizace $|M - M_w|$

Použitá kritéria pro průsečík elipsy napětí s hyperbolou momentu

- 1) Seřazení podle odchylky momentu
- 2) Kontrola nepřekročení kružnice max. proudu
- 3) Kontrola nepřekročení MTPV
- 4) Kontrola nepřekročení MTPA
- 5) $\text{sgn}(M) = \text{sgn}(i_q)$

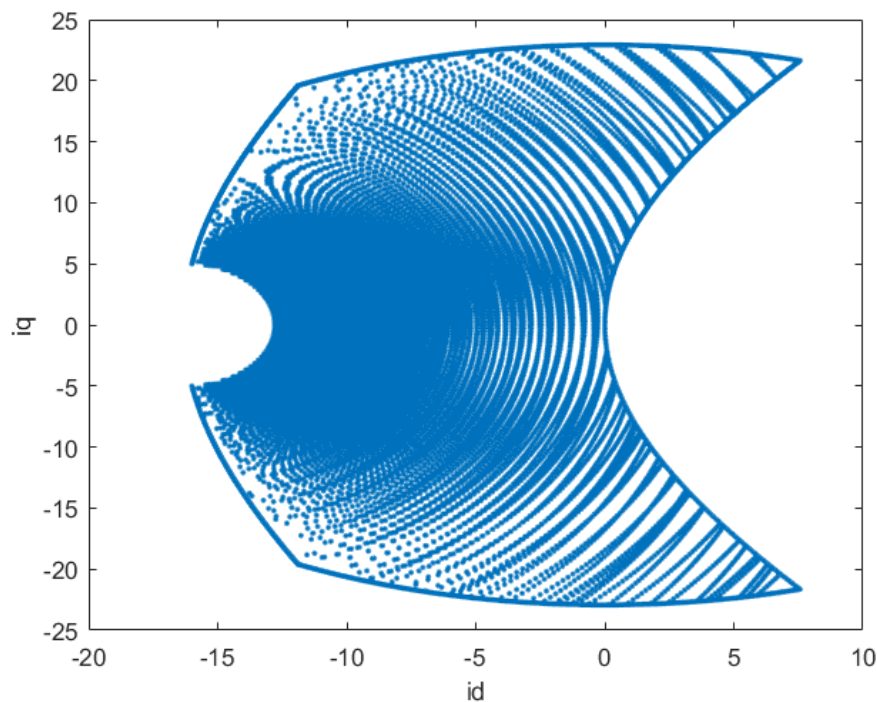
3 Testování algoritmu

Simulace na mikroprocesoru – hodnoty otáček a požadovaného momentu jsou zadávány pomocí pilového signálu pro otáčky i moment:

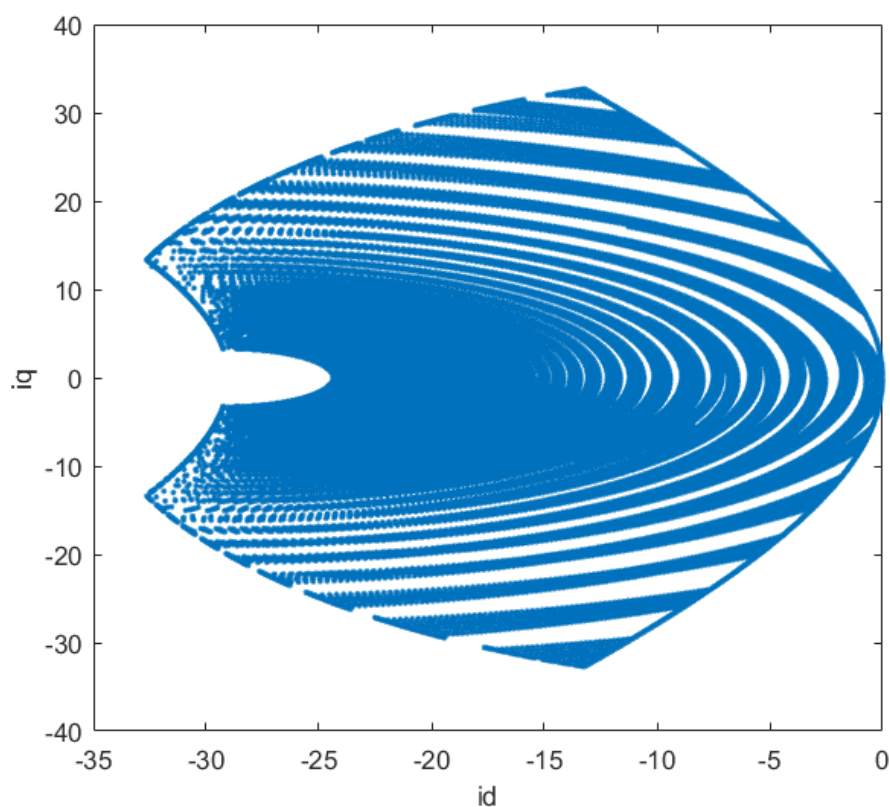
```
machine12.SpeedOmega += 0.01;  
    if(machine12.SpeedOmega>800)  
        machine12.SpeedOmega = -800;  
  
machine12.Uc = 600;  
  
mmref+= 0.05;  
    if(mmref>150)  
    {  
        mmref = -150;  
    }
```

Testováno na soustrojí 12 v lab EC205.

Safety_v = 0,95



Obr. 3.1 simulace – pracovní oblast ($L_d > L_q$)



Obr. 3.2 simulace – pracovní oblast ($L_d < L_q$)

4 Závěr

Metoda popsaná v [1] je vhodná pro výpočet optimálního pracovního bodu stroje s rozdílnými indukčnostmi v osách $[d, q]$. Na základě požadovaného momentu a aktuálních otáček vypočte vhodnou kombinaci proudů $[i_d, i_q]$. Odbuzování stroje probíhá nezávisle na hloubce modulace.

Algoritmus byl testován v kombinaci s PI regulátory proudu a dále jako referenční vstup pro algoritmus TOC (Time optimal control) [4].

Literatura

- [1] M. Preindl, S. Bolognani, *Optimal State Reference Computation With Constrained MTPA Criterion for PM Motor Drives*, Power Electronics, IEEE Transactions on, 30(8):4524–4535, 2015. <http://ieeexplore.ieee.org/document/6891383/>
- [2] H. Eldeeb, C. M. Hackl, L. Horlbeck, and J. Kullick, *On the optimal feedforward torque control problem of anisotropic synchronous machines: Quadratics, quartics and analytical solutions* <https://arxiv.org/pdf/1611.01629.pdf>
- [3] S. Khasin. *Solution of cubic and quartic equations inc++*, Sept. 2017. <http://math.ivanovo.ac.ru/dalgebra/Khashin/poly/index.html>
- [4] V. Šmídl, A. Glac, Z. Peroutka, L. Adam, *Time optimal Torque control of PMSM drive* (dosud nevydaný článek do IEEE transactions)

Seznam obrázků

Obr. 1.1 Příklad mezních a optimálních křivek pro různé hodnoty indukčnosti.....	7
Obr. 1.2 Příklad mezních a optimálních křivek pro stejné hodnoty indukčnosti	7
Obr. 1.3 Příklad mezních a optimálních křivek pro různé hodnoty indukčnosti.....	7
Obr. 2.1 Algoritmus optimálního řízení se zanedbáním statorového odporu [1]	8
Obr. 2.2 polynom pro výpočet průsečíku MTPA a kružnice maximálního proudu ($L_d > L_q$) , fyzikální význam má pouze pravá větev hyperboly MTPA.....	10
Obr. 2.3 polynom pro výpočet průsečíku MTPA a kružnice maximálního proudu ($L_d < L_q$) , fyzikální význam má pouze levá větev hyperboly MTPA	10
Obr. 2.4 Příklad, kdy vyjdou všechny kořeny reálné.....	11
Obr. 2.5 Oblast využití $M_{\text{intersect}}$ mezi 2 křivkami napětí.....	12
Obr. 2.6 Polynom 4.řádu ($L_d < L_q$).....	13
Obr. 2.7 Polynom 4.řádu ($L_d < L_q$), fyzikálně správný kořen je blíže nule	14
Obr. 2.8 Polynom 4.řádu ($L_d > L_q$), fyzikálně správný kořen je blíže nule	14
Obr. 2.9 magnetický tok λ_d - pro $L_{sd} < L_{sq}$ může nabývat záporných hodnot.....	15
Obr. 2.10 pracovní body vypočtené dle odvozeného vztahu, zelené přímky jsou reálnými kořeny polynomu 4.řádu pro λ_q	16
Obr. 3.1 simulace – pracovní oblast ($L_d > L_q$)	17
Obr. 3.2 simulace – pracovní oblast ($L_d < L_q$)	18

Historie revizí

Rev.	Kapitola	Popis změny	Datum	Jméno