

Fakulta elektrotechnická Regionální inovační centrum elektrotechniky

# Optimální řízení IPMSM bez zanedbání statorového odporu

Pracoviště:	RICE
Číslo dokumentu:	22190-022-2018
Typ zprávy:	Výzkumná zpráva
Řešitelé:	Antonín Glac
Hlavní řešitel:	Zdeněk Peroutka
Počet stran:	20
Datum vydání:	20. 8. 2018
Oborové zařazení:	JA – Elektronika a optoelektronika, elektrotechnika

### Zadavatel / zákazník:

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ ZÁPADOČESKÉ UNIVERZITY V PLZNI

Západočeská univerzita v Plzni Regionální inovační centrum elektrotechniky Univerzitní 8 306 14 Plzeň

#### Zpracovatel / dodavatel:

Západočeská univerzita v Plzni Regionální inovační centrum elektrotechniky Univerzitní 8 306 14 Plzeň

#### Kontaktní osoba:

Ing. Antonín Glac tel. 377634108 glac@rice.zcu.cz

Tato práce vznikla s finanční podporou TAČR v rámci projektu č. TE02000103 (CIDAM) a s podporou projektu SGS-2018-009.

## Anotace

Tato výzkumná zpráva se zabývá metodou optimálního řízení synchronního motoru s vnitřními permanentními magnety (IPMSM). Na základě simulací a laboratorního měření jsou ověřovány algoritmy optimálního řízení, založené na aktuálních publikacích. Tyto algoritmy pracují na základě výpočtů průsečíků kvadratických křivek. Vypočtené optimální hodnoty požadavků na proudy v osách [d, q] slouží jako vstup pro vektorové řízení motoru.

## Klíčová slova

IPMSM, optimální řízení, kvadratické křivky

## Název zprávy v anglickém jazyce / Report title

Optimal control of interior permanent magnet synchronous machine with consideration of stator resistance

## Anotace v anglickém jazyce / Abstract

This research report deals with optimal control methods of interior permanent magnet synchronous machine. Algorithms (based on recently proposed optimal torque control) are verified by simulations and measurement in laboratory. These algorithms are based on computation intersections of quadrics. Computed optimal values of [d,q] current requests are used as input for vector control of the machine.

## Klíčová slova v anglickém jazyce / Keywords

IPMSM, optimal control, quadrics,

# Seznam symbolů a zkratek

IPMSM	Synchronní motor s vnitřními permanentními magnety		
i <sub>max</sub>	amplituda maximálního proudu		
m <sub>mref</sub>	požadovaný moment		
$p_p$	počet pólpárů motoru		
L <sub>sd</sub>	indukčnost v ose d		
$L_{sq}$	indukčnost v ose q		
$L_m$	vzájemná indukčnost mezi osami d, q		
$\psi_{PM}$	magnetický tok permanentních magnetů		
$R_s$	odpor statorového vinutí		
$\omega_k$	elektrická úhlová rychlost		
$u_{max}$	maximální dosažitelné napětí		
$L_m$	vzájemná indukčnost mezi osami d, q		
$\psi_{PM}$	magnetický tok permanentních magnetů		
R <sub>s</sub>	odpor statorového vinutí		
MTPA/MTPC	křivka maximum torque per ampere/current		
MTPV	křivka maximum torque per voltage		
MTPF	křivka maximum torque per flux		

# Obsah

1	ÚVOD5				
	1.1	Μεζνί κξινκγ	5		
	1.1	1.1 Kružnice maximálního proudu	5		
1.1.2 Elipsa dosažitelného napětí		1.2 Elipsa dosažitelného napětí	5		
	1.2	OPTIMÁLNÍ KŘIVKY	5		
1.2.1 MTPA		2.1 МТРА	5		
	1.2	2.2 MTPV/MTPF	6		
	1.3	KŘIVKA MOMENTU	7		
2	AL	GORITMUS	9		
	2.1	VÝPOČET PRŮSEČÍKŮ 2 KŘIVEK [1, APPENDIX 4]	9		
3	IM	IPLEMENTACE 1	1		
	3.1	IMPLEMENTACE MATEMATICKÉ METODY	13		
	3.1	1.1 Normování	13		
	3.1	1.2 Řešení numerických a implementačních problémů 1	13		
4	MÌ	ĚŘENÍ 1	16		
	4.1	POROVNÁNÍ S ALGORITMEM ZANEDBÁVAJÍCÍM STATOROVÝ ODPOR	16		
	4.2	LABORATORNÍ MĚŘENÍ	8		
5	ZÁ	VĚR	19		

## 1 Úvod

Tato zpráva popisuje implementaci metody optimálního řízení popsané v [1].

#### 1.1 Mezní křivky

Dosažitelná kombinace proudů  $[i_d, i_q]$  je omezena několika mezními křivkami. Ty jsou zapsány v kvadratické formě

$$Q_A(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + 2\mathbf{a}^T \mathbf{x} + \alpha$$

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}^{T} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \in \boldsymbol{R}^{2x2} , \boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_{1} \\ a_{2} \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^{2}, \alpha \in \boldsymbol{R}$$

$$x = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

$$a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 + 2a_1x_1 + 2a_2x_2 + \alpha$$

#### 1.1.1 Kružnice maximálního proudu

$$MC = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$mc = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$mc_0 = -i_{max}^2$$

Závislá pouze na parametrech motoru.

#### 1.1.2 Elipsa dosažitelného napětí

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} R_{s}^{2} - 2\omega_{k}R_{s}L_{m} + \omega_{k}^{2}(L_{sd}^{2} + L_{m}^{2}) & \omega_{k}R_{s}(L_{sd} - L_{sq}) + \omega_{k}^{2}L_{m}(L_{sd} + L_{sq}) \\ \omega_{k}R_{s}(L_{sd} - L_{sq}) + \omega_{k}^{2}L_{m}(L_{sd} + L_{sq}) & R_{s}^{2} + 2\omega_{k}R_{s}L_{m} + \omega_{k}^{2}(L_{sq}^{2} + L_{m}^{2}) \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} \omega_{k}^{2}L_{sd}\psi_{PM} \\ \omega_{k}\psi_{PM}(R_{s} + \omega_{k}L_{m}) \end{pmatrix}$$
$$v_{0} = \omega_{k}^{2}\psi_{PM}^{2} - u_{max}^{2}$$

Závislá na parametrech motoru, napětí a otáčkách.

#### 1.2 Optimální křivky

Kromě mezních křivek lze popsat také optimální křivky.

#### 1.2.1 MTPA

MTPA – maximum torque per ampere (v [1] označováno jako MTPC – max.torque per current)

Udává závislost složek proudu [i<sub>d</sub>,i<sub>q</sub>] tak, aby pro danou absolutní hodnotu vektoru proudu byl dosažen maximální moment.

$$MTPA = \frac{3}{2}p_p \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(L_{sd} - L_{sq}) & L_m \\ L_m & -\frac{1}{2}(L_{sd} - L_{sq}) \end{bmatrix}$$
$$mtpa = \begin{pmatrix} \frac{3}{2}p_p \cdot \frac{\psi_{PM}}{4} \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$mtpa_0 = 0$$

Závislá pouze na parametrech motoru.

Pro  $L_{sd} = L_{sq}$  je totožná s osou y (i<sub>q</sub>).

### 1.2.2 MTPV/MTPF

MTPV – maximum torque per voltage / MTPF – maximum torque per flux Ohraničují stabilní oblast odbuzení.

$$MTPV = \frac{3}{2} p_p \begin{bmatrix} \omega_k^2 L_m^2 (L_{sd} + L_{sq}) + \frac{(L_{sd} - L_{sq})}{2} (R_s^2 + \omega_k^2 (L_{sd}^2 + L_m^2)) \\ \frac{L_m}{2} (2R_s^2 + \omega_k^2 (L_{sd}^2 + L_{sq}^2 + 2L_m^2)) \\ \frac{L_m}{2} (2R_s^2 + \omega_k^2 (L_{sd}^2 + L_{sq}^2 + 2L_m^2)) \\ \omega_k^2 L_m^2 (L_{sd} + L_{sq}) - \frac{(L_{sd} - L_{sq})}{2} (R_s^2 + \omega_k^2 (L_{sq}^2 + L_m^2)) \end{bmatrix}$$

$$mtpv = \frac{3}{2}p_p \left( \begin{pmatrix} {R_s}^2 + \omega_k^2 (2L_{sd}^2 - L_{sd}L_{sq} + 3L_m^2) \end{pmatrix} \frac{\psi_{PM}}{4} \\ \omega_k^2 L_m (L_{sd} + L_{sq}) \frac{\psi_{PM}}{2} \end{pmatrix} \\ mtpv_0 = \frac{3}{4}p_p \omega_k^2 L_{sd} \psi_{PM}^2 \end{cases} \right)$$

$$MTPF = \frac{3}{2}p_{p} \begin{bmatrix} \frac{(L_{sd} - L_{sq})}{2} (L_{sd}^{2} + L_{m}^{2}) + L_{m}^{2} (L_{sd} + L_{sq}) & \frac{L_{m}}{2} (L_{sd}^{2} + L_{sq}^{2} + 2L_{m}^{2}) \\ \frac{L_{m}}{2} (L_{sd}^{2} + L_{sq}^{2} + 2L_{m}^{2}) & -\frac{(L_{sd} - L_{sq})}{2} (L_{sq}^{2} + L_{m}^{2}) + L_{m}^{2} (L_{sd} + L_{sq}) \end{bmatrix}$$
$$mtpf = \frac{3}{2}p_{p} \begin{pmatrix} (2L_{sd}^{2} - L_{sd}L_{sq} + 3L_{m}^{2}) \frac{\psi_{PM}}{4} \\ L_{m} (L_{sd} + L_{sq}) \frac{\psi_{PM}}{2} \end{pmatrix}$$

$$mtpf_0 = \frac{3}{4}p_p L_{sd} \psi_{PM}^2$$

Závislé na parametrech motoru, MTPV také na otáčkách.

Pro R<sub>s</sub> = 0 nebo ω->∞ jsou křivky MTPV a MTPF totožné.

Pro L<sub>sd</sub> = L<sub>sq</sub> přechází na přímku procházející bodem  $\left[-\frac{\psi_{PM}}{L_{sd}}, 0\right]$ , rovnoběžnou s osou y (i<sub>q</sub>).

#### 1.3 Křivka momentu

Hyperbola, závislá na parametrech motoru a požadovaném momentu

$$\mathbf{T} = \frac{3}{2} p_p \begin{bmatrix} -L_m & \frac{(L_{sd} - L_{sq})}{2} \\ \frac{(L_{sd} - L_{sq})}{2} & L_m \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{t} = \frac{3}{2} p_p \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\psi_{PM}}{2} \end{pmatrix}$$
$$t_0 = -m_{mref}$$



Obr. 1.2 Příklad mezních a optimálních křivek



Obr. 1.3 Příklad mezních a optimálních křivek

# 2 Algoritmus

# 2.1 Výpočet průsečíků 2 křivek [1, Appendix 4]

$$Q_A(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + 2\mathbf{a}^T \mathbf{x} + \alpha$$
  $Q_B(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x} + 2\mathbf{b}^T \mathbf{x} + \beta$ 

Pro výpočet zavedeme dvě další kvadratické křivky, křivka D má nulový skalární člen.

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{12} & d_{22} \end{bmatrix} \in \boldsymbol{R}^{2x2}, \boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^2$$
$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix} \in \boldsymbol{R}^{2x2}, \boldsymbol{m} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^2, \mu \in \boldsymbol{R}$$
$$\boldsymbol{x}_s \in \boldsymbol{R}^2$$

$$Q_M(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{x} + 2\mathbf{m}^T \mathbf{x} + \mu$$

a)  $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ 

$$\boldsymbol{D} = \left(\frac{\boldsymbol{A}}{\alpha} - \frac{\boldsymbol{B}}{\beta}\right), \boldsymbol{d} = \left(\frac{\boldsymbol{a}}{\alpha} - \frac{\boldsymbol{b}}{\beta}\right)$$

$$Q_D(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{D} \mathbf{x} + 2\mathbf{d}^T \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \left(\frac{\mathbf{A}}{\alpha} - \frac{\mathbf{B}}{\beta}\right) \mathbf{x} + 2\left(\frac{\mathbf{a}}{\alpha} - \frac{\mathbf{b}}{\beta}\right)^T \mathbf{x} = 0$$

 $M = A, m = a, \mu = \alpha$  nebo  $M = B, m = b, \mu = \beta$ 

- b)  $\alpha = 0, \beta \neq 0$  D = A, d = a $M = B, m = b, \mu = \beta$
- c)  $\alpha \neq 0, \beta = 0$

$$D = B, d = b$$
$$M = A, m = a, \mu = \alpha$$

d)  $\alpha = 0, \beta = 0$ Je nutné posunout křivky o vektor  $x_s$  tak, aby  $\alpha_s \neq 0, \beta_s \neq 0, a_s \neq 0_2, b_s \neq 0_2$ 

$$Q_D(x) = x^T D x + 2d^T x = x^T (Dx + 2d) = 0$$
  

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$
  

$$(Dx + 2d) = \gamma J x$$
  

$$(D - \gamma J)x + 2d = 0_2$$
  

$$x = -2(D - \gamma J)^{-1}d$$
  

$$(D - \gamma J)^{-1} = \frac{1}{\gamma^2 + d_{11}d_{22} - d_{12}^2} \cdot \begin{bmatrix} d_{22} & -d_{12} - \gamma \\ \gamma - d_{12} & d_{11} \end{bmatrix}$$

Dosazení zpět do kvadratické křivky M

$$4\boldsymbol{d}^{T}([\boldsymbol{D}-\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{J}]^{-1})^{T}\boldsymbol{M}[\boldsymbol{D}-\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{J}]^{-1}\boldsymbol{d}-4\boldsymbol{m}^{T}[\boldsymbol{D}-\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{J}]^{-1}\boldsymbol{d}+\boldsymbol{\mu}=0$$
  
$$\xi_{4}\boldsymbol{\gamma}^{4}+\xi_{3}\boldsymbol{\gamma}^{3}+\xi_{2}\boldsymbol{\gamma}^{2}+\xi_{1}\boldsymbol{\gamma}+\xi_{0}=0$$

Řešení průsečíků křivek nalezneme jako řešení polynomu 4. řádu. Počet reálných řešení odpovídá počtu průsečíků křivek.

$$\xi_{4} = \mu$$

$$\xi_{3} = 4(m_{1}d_{2} - m_{2}d_{1})$$

$$\xi_{2} = 4d_{2}^{2}m_{11} + 4d_{1}^{2}m_{22} - 2d_{12}^{2}\mu - 4d_{1}d_{2}m_{12} + 4d_{1}d_{12}m_{2} - 4d_{2}d_{11}m_{2}$$

$$+ 4d_{2}d_{12}m_{1} - 4d_{1}d_{2}m_{12} - 4d_{1}d_{22}m_{1} + 2d_{11}d_{22}\mu$$

$$\xi_{1} = 4d_{1}d_{12}^{2}m_{2} - 4d_{2}d_{12}^{2}m_{1} - 4d_{2}^{2}d_{11}m_{12} + 8d_{2}^{2}d_{12}m_{11} - 4d_{2}^{2}d_{11}m_{12}$$

$$- 8d_{1}^{2}d_{12}m_{22} + 4d_{1}^{2}d_{22}m_{12} + 4d_{1}^{2}d_{22}m_{12} + 8d_{1}d_{2}d_{11}m_{22}$$

$$- 8d_{1}d_{2}d_{22}m_{11} - 4d_{1}d_{11}d_{22}m_{2} + 4d_{2}d_{11}d_{22}m_{1}$$

$$\begin{split} \xi_{0} &= d_{12}^{4} \mu + 4d_{2}^{2} d_{12}^{2} m_{11} + 4d_{1}^{2} d_{22}^{2} m_{11} + 4d_{1}^{2} d_{12}^{2} m_{22} + 4d_{2}^{2} d_{11}^{2} m_{22} \\ &+ d_{11}^{2} d_{22}^{2} \mu - 4d_{1} d_{12}^{3} m_{2} - 4d_{2} d_{12}^{3} m_{1} + 4d_{1} d_{2} d_{12}^{2} m_{12} \\ &+ 4d_{2} d_{11} d_{12}^{2} m_{2} - 4d_{1} d_{11} d_{22}^{2} m_{1} + 4d_{1} d_{2} d_{12}^{2} m_{12} + 4d_{1} d_{12}^{2} d_{22} m_{1} \\ &- 4d_{2} d_{11}^{2} d_{22} m_{2} - 4d_{2}^{2} d_{11} d_{12} m_{12} - 4d_{2}^{2} d_{11} d_{12} m_{12} \\ &- 4d_{1}^{2} d_{12} d_{22} m_{12} - 4d_{1}^{2} d_{12} d_{22} m_{12} - 2d_{11} d_{12}^{2} d_{22} \mu \\ &- 8d_{1} d_{2} d_{11} d_{12} m_{22} + 4d_{1} d_{2} d_{11} d_{22} m_{12} - 8d_{1} d_{2} d_{12} d_{22} m_{11} \\ &+ 4d_{1} d_{11} d_{12} d_{22} m_{2} + 4d_{2} d_{11} d_{12} d_{22} m_{1} + 4d_{1} d_{2} d_{11} d_{22} m_{12} \end{split}$$

Pro každý reálný kořen polynomu vypočteme příslušný průsečík dvojice křivek: pro body a,b,c:

$$\boldsymbol{x}^* = -2[\boldsymbol{D} - \boldsymbol{\gamma}^* \boldsymbol{J}]^{-1}\boldsymbol{d}$$

pro bod d:

$$\boldsymbol{x}^* = -2[\boldsymbol{D} - \boldsymbol{\gamma}^* \boldsymbol{J}]^{-1}\boldsymbol{d} + \boldsymbol{x}_s$$

#### 3 Implementace

Implementovaná funkce pro výpočet optimálního pracovního bodu je popsána vývojovými diagramy na Obr. 3.1 a 3.2.



Obr. 3.1 Vývojový diagram inicializační funkce



Obr. 3.2 Vývojový diagram algoritmu

#### 3.1 Implementace matematické metody

Uvažovaná matematická metoda není při implementaci (32bit floating point number) ve všech případech stabilní. Problém nastává v oblastech, kde se některá z veličin pohybuje blízko nuly.

#### 3.1.1 Normování

Pro zajištění lepší numerické stability jsou jednotlivé prvky matic normovány [1].

$$\overline{u_s} = \frac{u_s}{u_{NORM}}, \overline{i_s} = \frac{i_s}{i_{NORM}}, \overline{R_s} = \frac{R_s}{u_{NORM}/i_{NORM}}, \overline{\omega_k} = \frac{\omega_k}{\omega_{NORM}}, \overline{L_s} = \frac{L_s \cdot \omega_{NORM}}{u_{NORM}/i_{NORM}}$$
$$\overline{\Psi_{PM}} = \Psi_{PM} \frac{\omega_{NORM}}{u_{NORM}}, \overline{T} = T \frac{\omega_{NORM}}{u_{NORM}} \cdot i_{NORM}$$

#### 3.1.2 Řešení numerických a implementačních problémů

1) Pro  $\frac{|\omega|}{U} < 0.8 \cdot \frac{\omega_N}{U_N}$  (0.8 bylo určeno na základě simulací, lze dále ladit) počítáme napěťovou elipsu s  $|\omega| = 0.8 \cdot \omega_N \frac{U}{U_N}$ . Pro  $\omega$  blízké nule vrací metoda chybné výsledky (průsečíky kružnice max. proudu a napěťové elipsy blízké nule, které neodpovídají realitě)



Obr. 3.3 Napěťová elipsa v nízkých otáčkách, chybně vypočtený průsečík blízko nuly

Výpočet kritických otáček, kde průsečík kružnice max. proudu a napěťové elipsy leží na ose y (i<sub>d</sub>=0). Výsledkem jsou 2 hodnoty otáček pro kladné a záporné maximum proudu.

$$wk_{id0} = -\frac{2\psi_{PM}i_{max}R_s \pm \sqrt{D} + 2i_{max}L_mR_s}{2\psi_{PM}^2 + 2i_{max}^2(L_m^2 + L_{sq}^2) + 4\psi_{PM}i_{max}L_m}$$
$$D = (2L_mR_s i_{max}^2 + 2\psi_{PM}R_s i_{max})^2 - (i_{max}^2R_s^2 i_{max} - u_{max}^2) \cdot (4\psi_{PM}^2 + 4i_{max}^2(L_m^2 + L_{sq}^2) + 8\psi_{PM}i_{max}L_m)$$

Kritické otáčky jsou analyticky vypočteny a v jejich blízkosti platí pracovní bod [0,  $sgn(m_{m,ref})\cdot i_{max}$ ].



Obr. 3.4 Nestabilní oblast při průchodu osou y (bez uvažování Rs)

3) Nastavení hodnoty epsilon

Pro výběr postupu dle bodu 2.1 (a,b,c,d) je nutné určit hodnotu epsilon, od které je hodnota  $\alpha$  nebo  $\beta$  považována za nulovou.

V tomto případě na základě experimentů vychází vhodná hodnota eps = 1e-3. Při nižších hodnotách dochází při škálování křivek (bod a) k nárůstu koeficientů do vysokých řádů a chybnému výpočtu polynomu. Při nižší hodnotě epsilon dochází vlivem zaokrouhlování k nepřesnostem ve výpočtech.

4) Nastavení hodnot translace

V bodě d dochází při výpočtu k posunu řešené úlohy o vektor  $x_s$ . Ten je třeba vhodně zvolit, aby svou hodnotou řádově odpovídal ostatním hodnotám ve výpočtu. Pokud je použito normování, je nutné normovat i tento vektor.

5) Ošetření nulového stavu

Při nulových otáčkách a nulovém požadovaném momentu (typický stav po zapnutí pohonu) je třeba zadat  $i_d = 0$  a  $i_q = 0$ . Vypočtené výsledky pro nulové zadání mohou být chybné.

6) Navýšení mezí

if(( (iq < -0.01) ? -1 : (iq >= 0.01) ) == (-mmsig\_h))

Je povolena malá hodnota proudu iq s opačnou polaritou, než má požadovaný moment.

if((fabs(mmref)+0.01) < fabs(Mmaxfeas)),</pre>

Maximum je aplikováno dříve.

7) Vlivem vysokého odporu může nastat případ, kdy oba průsečíky MTPA x elipsa napětí mají stejnou polaritu proudu i<sub>q</sub>. Pro další výběr je platný je pracovní bod, který umožní dosáhnout vyššího momentu.



Obr. 3.5 stav, kdy nelze určit správný kořen polynomu na základě polarity proudu  $i_q$ 

8) Citace z dokumentace [3]: Remark 2. Due to rounding errors pair of complex conjugate roots with a very small imaginary part can sometimes be a real root of multiplicity 2. For example, for equation x<sup>3</sup> - 5x<sup>2</sup> + 8x - 4 = 0 with roots 1,2,2 we obtain roots 1.0, 2.0±i\*9.6e-17. If the absolute value of the imaginary part of the root not greater than 1e-14, the solveP3 itself replaces a pair on one valid double root, but the user must still be aware of the possibility of such a situation. [3]

Funkce pro výpočet polynomu může vrátit dvojici komplexně sdružených kořenů, které mají imaginární část blízkou nule. Částečně je tento problém řešen přímo ve funkci, ale je nutné toto ověřit. Pokud je imaginární část čísla nižší než nastavená tolerance (1e-3), považujeme kořeny za reálné.

## 4 Měření

#### 4.1 Porovnání s algoritmem zanedbávajícím statorový odpor

Naměřená data udávají rozdíl pracovních bodů v jednotlivých osách pro různé nastavení hodnoty odporu a bezpečnostního koeficientu. Požadovaný moment i otáčky jsou zadávány pilovým signálem, otáčky se jednou mění v rozmezí 0 -> 300 -> -300 -> 0 rad/s, moment se mnohonásobně změní v rozmezí -75 až +75 Nm.

Pokud nedochází k odbuzování, obě metody dávají shodné výsledky.



Obr. 4.1 Rozdíl hodnot pro Rs = 0  $\Omega$  (safety\_v = 1)



Obr. 4.2 Rozdíl hodnot pro Rs = 1,8  $\Omega$  (safety\_v = 1)



Obr. 4.3 Rozdíl hodnot pro Rs = 1,8  $\Omega$  (safety\_v = 0,8)

## 4.2 Laboratorní měření

Motor byl testován bez zatížení.

 $L_{sd}$  = 27,576 mH  $L_{sq}$  = 19,295 mH  $R_{s}$  = 1,8  $\Omega$   $p_{p}$  = 4  $\psi_{PM}$  = 0,45 Wb



Obr. 4.4 Zvyšování otáček a zabrzdění v režimu naprázdno

parametry	Konstantní	Proměnné
	μs	μs
Zpracování naměřených dat + Kalmanův filtr	7,3	7,3
Inicializace matic	2,4	4,2
Výpočty průsečíků křivek proudů/napětí + výběr	26,6	35,2
Výpočet průsečíku momentové křivky + výběr	9,7	9,9
Modulace	3,1	3,1
celkem	49,1	59,7

Obr. 4.5 Doba výpočtu

## 5 Závěr

Metoda popsaná v [1] je vhodná pro výpočet optimálního pracovního bodu stroje s rozdílnými indukčnostmi v osách [d, q]. Na základě požadovaného momentu a aktuálních otáček vypočte vhodnou kombinaci proudů [i<sub>d</sub>, i<sub>q</sub>]. Odbuzování stroje probíhá nezávisle na hloubce modulace. Ve výpočtu je zahrnut vliv statorového odporu a vzájemné indukčnosti mezi osami [d, q]. Ve srovnání s metodou zanedbávající statorový odpor (např. metodou popsanou v [2]) dosahuje v oblasti odbuzování stejného momentu při nižším proudu (a tedy nižších ztrátách).

## Literatura

- [1] H. Eldeeb, C. M. Hackl, L. Horlbeck, and J. Kullick, *A unified theory for optimal feedforward torque control of anisotropic synchronous machines*, <u>https://www.researchgate.net/publication/317265316</u>
- [2] M. Preindl, S. Bolognani, *Optimal State Reference Computation With Constrained MTPA Criterion for PM Motor Drives* http://ieeexplore.ieee.org/document/6891383/
- [3] S. Khasin. *Solution of cubic and quartic equations inc++*, Sept. 2017. http://math.ivanovo.ac.ru/dalgebra/Khashin/poly/index.html

## Seznam obrázků

Obr. 1.1 Příklad mezních a optimálních křivek	8
Obr. 1.2 Příklad mezních a optimálních křivek	9
Obr. 1.3 Příklad mezních a optimálních křivek	9
Obr. 3.1 Vývojový diagram inicializační funkce	11
Obr. 3.2 Vývojový diagram algoritmu	12
Obr. 3.3 Napěťová elipsa v nízkých otáčkách, chybně vypočtený průsečík blízko nuly	13
Obr. 3.4 Nestabilní oblast při průchodu osou y (bez uvažování Rs)	14
Obr. 3.5 stav, kdy nelze určit správný kořen polynomu na základě polarity proudu iq	15
Obr. 4.1 Rozdíl hodnot pro Rs = 0 Ω (safety_v = 1)	16
Obr. 4.2 Rozdíl hodnot pro Rs = 1,8 Ω (safety_v = 1)	17
Obr. 4.3 Rozdíl hodnot pro Rs = 1,8 Ω (safety_v = 0,8)	17
Obr. 4.4 Zvyšování otáček a zabrzdění v režimu naprázdno	18
Obr. 4.5 Doba výpočtu	18

# Historie revizí

Rev.	Kapitola	Popis změny	Datum	Jméno