

Fakulta elektrotechnická Regionální inovační centrum elektrotechniky

# Modelování vibrací synchronního stroje s permanentními magnety

Pracoviště:	Katedra elektromechaniky a výkonové elektroniky
Číslo dokumentu:	22190 - 029 - 2020
Typ zprávy:	Výzkumná zpráva
Řešitelé:	Ing. Jan Šobra, Ph.D.
Hlavní řešitel:	Ing. Jan Šobra, Ph.D.
Počet stran:	17
Datum vydání:	30. 10. 2020
Oborové zařazení:	2.2 Electrical engineering, Electronic engineering, Information engineering - Electrical and electronic engineering

Práce byla vytvořena s podporou projektu SGS-2018-009: Výzkum a vývoj perspektivních technologií v elektrických pohonech a strojích III.

soubor: 22190-029-2020.docx

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ ZÁPADOČESKÉ UNIVERZITY V PLZNI

RICE-S-01-2017-P02

#### Anotace

Tato výzkumná zpráva popisuje metodiku modelování vibrací synchronního stroje s permanentními magnety s využitím metody konečných prvků. Jsou modelovány vibrace buzené magnetickými silami vznikajícími uvnitř stroje pomocí vazby mezi magnetickou tranzientní analýzou a analýzou harmonické odezvy.

#### Klíčová slova

Synchronní stroj s permanentními magnety, vibrace, magnetické síly

### Název zprávy v anglickém jazyce / Report title

Modelling of permanent magnet synchronous machine vibrations

#### Anotace v anglickém jazyce / Abstract

This research report describes the methodology of modelling permanent magnet synchronous machine vibrations. Vibrations excited by magnetic forces originating in the machine are taken into account utilizing coupling between magnetic transient analysis and analysis of harmonic response.

### Klíčová slova v anglickém jazyce / Keywords

Permanent magnet synchronous machine, vibrations, magnetic forces

## Seznam symbolů a zkratek

Symbol	Jednotka	Význam
а	m.s⁻²	Zrychlení
В	Т	Magnetická indukce
В	[-]	Matice tlumení
F	Ν	Síla
f	Ν	Vektor budících sil
f <sub>max</sub>	Hz	Frekvenční rozsah FFT
$f_{vz}$	Hz	vzorkovací frekvence
K	N/m	Matice tuhosti
М	kg	Matice hmotnosti
n	min <sup>-1</sup>	Počet otáček za minutu
n	[-]	Normálový vektor plochy
n <sub>vz</sub>	-	Počet vzorků pro FFT
q	m	Vektor zobecněných souřadnic
S	m <sup>2</sup>	Plocha
Т	S	Časový interval pro ukládání vzorků
Т	[-]	Maxwellův tenzor pnutí
t	S	Čas
V	m.s <sup>-1</sup>	Rychlost
V		Modální matice
V	m <sup>3</sup>	Objem
x	m	Výchylka
x		Vektor modálních souřadnic
riangle f	Hz	Frekvenční krok FFT
$\Delta f$	N/m <sup>3</sup>	Objemová hustota síly
Δρ	N/m <sup>2</sup>	Plošná hustota síly
riangle t	S	Časový krok simulace
Λ	[-]	Spektrální matice s vlastními čísly
μ	H/m	Permeabilita
ξ	rad	Úhlová poloha po obvodu statoru
ω	rad.s <sup>-1</sup>	úhlová frekvence
Ω	Hz	Vlastní frekvence

2L	Dvojnásobek napájecí frekvence
2X	Dvojnásobek otáčkové frenvence
DFT	Diskrétní Fourierova transformace
FFT	Rychlá Fourierova transformace
MST	Maxwell Stress Tensor (Maxwellův tenzor pnutí)

## Obsah

SE	SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK			
1	Ú	VOD	6	
2	METODIKA MODELOVÁNÍ VNITŘNĚ BUZENÝCH VIBRACÍ			
	2.1	Vznik vnitřně buzených vibrací	7	
	2.2	MAGNETICKÉ SÍLY PŮSOBÍCÍ NA ZUBY STATORU		
	2.3	DISKRÉTNÍ FOURIEROVA TRANSFORMACE		
	2.4	ANALÝZA HARMONICKÉ ODEZVY		
3	Z	ÁVĚR	14	
LI	TERA	ГURA	15	
SE	ZNAN	٨ OBRÁZKŮ	16	
н	STOR	IE REVIZÍ	17	

### 1 Úvod

Hodnocení mohutnosti vibrací točivých elektrických strojů je předepsáno normami ČSN EN 60034-14 [1] a ČSN ISO 10816-3 [2]. Norma [1] stanovuje postupy měření vibrací při výrobní přejímací zkoušce a mezní hodnoty vibrací za stanovených podmínek pro určité stroje odpojené od jakékoli zátěže nebo hnacího stroje. Norma platí pro stejnosměrné a třífázové střídavé stroje s výškou osy od 56 mm, jmenovitým výkonem do 50 MW a provozními otáčkami v rozsahu 120 min<sup>-1</sup> až 15 000 min<sup>-1</sup>. Jsou zde specifikována měřící místa a mezní hodnoty vibrací v závislosti na osové výšce a způsobu uložení stroje. Pro generátory a elektrické motory jakéhokoli typu o výkonu nad 15 kW a provozních otáčkách v rozsahu 120 min-1 až 15 000 min-1 při měření in situ pak platí norma [2].

Pro omezení případných budoucích nákladů je vhodné provést alespoň předběžnou analýzu vnitřně buzených vibrací stroje ještě během návrhu. To umožní identifikovat potenciální rizikové oblasti a případně je eliminovat změnou designu stroje. Velikost magnetických sil působících na stator a rotor stroje je odvozena od kvadrátu průběhu magnetické indukce ve vzduchové mezeře stroje. Na velikost vibrací má nejvýznamnější vliv radiální složka indukce, resp. síly. Ovšem určité vibrace jsou buzeny také jejich tečnou složkou, která zároveň způsobuje ohybové namáhání zubů a případně také axiální složkou síly, která vzniká u strojů se zešikmenými drážkami statoru nebo zešikmenými magnety na rotoru. Modelování vibrací s využitím metody konečných prvků lze provést nejprve po elektromagnetickém návrhu stroje a poté znovu po návrhu mechanickém (kostra, štíty, atd.).

Vibrace na určité frekvenci lze vyjádřit pomocí výchylky *x*, rychlosti *v* nebo zrychlení *a*. Zda je vhodnější měřit výchylku, rychlost nebo zrychlení je dáno především frekvenčním rozsahem, na kterém má být měření prováděno. Amplituda výchylky a zrychlení je totiž značně závislá na frekvenci vibrací (viz Obr. 1.1). Zatímco amplituda výchylky pro stejně mohutné vibrace je výraznější na nižších frekvencích, na vyšších frekvencích je výraznější amplituda zrychlení [3]. V typickém provozním rozsahu běžných elektrických strojů je tedy nejvýhodnější měřit rychlost, jejíž amplituda je dobře porovnatelná napříč celým frekvenčním spektrem. Ostatně také přípustné hodnoty vibrací dané v [1, 2] jsou předepsány rychlostí, příp. výchylkou.



Obr. 1.1: Poměr mezi výchylkou, rychlostí a zrychlením na různých frekvencích – převzato z [3]

### 2 Metodika modelování vnitřně buzených vibrací

Metodika modelování vibrací buzených magnetickými silami je založena na multifyzikální analýze s využitím metody konečných prvků. Popis jednotlivých částí je uveden v následujících podkapitolách. Obecné blokové schéma metody je uvedeno na Obr. 2.1 a je využitelné pro různé softwarové nástroje.



Obr. 2.1: Blokové schéma metodiky

#### 2.1 Vznik vnitřně buzených vibrací

Vnitřně buzené vibrace v elektrických strojích vznikají periodicky proměnným silovým působením na zuby statoru, odkud se pak přenáší do jha statorového paketu a dále na kostru stroje. Velikost magnetických sil vznikajících uvnitř stroje je dána kvadrátem magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Za předpokladu, že je magnetický obvod stroje tvořen ideálním železem, lze psát pro plošnou hustotu síly v radiálním směru [4, 5]

$$\Delta p(\xi,t) = \frac{B^2(\xi,t)}{2\mu_0},\tag{1}$$

kde  $B(\xi,t)$  je magnetická indukce v daném časovém okamžiku t a konkrétní úhlové poloze na obvodu statoru  $\xi$  a  $\Delta p(\xi,t)$  je odpovídající plošná hustota síly.

V případě sinusového průběhu proudu a tím pádem i magnetické indukce ve vzduchové mezeře, má výsledná síla v každé periodě magnetické indukce dvě maxima – v kladné a záporné půlvlně. To znamená, že vibrace buzené touto silou kmitají na frekvenci rovné dvojnásobku frekvence napájecího proudu. Tato skutečnost je dobře patrná z Obr. 2.2. Základní frekvence vibrací se tedy je tedy na dvojnásobku napájecí frekvence (twice line frequency) a značí se 2L. Určité vibrace na této frekvenci se tedy přirozeně vyskytují také u strojů v bezvadném technickém stavu a růst vibrací na této frekvenci je typický pro některé poruchy (např. statická excentricita).

Při technické diagnostice dvoupólových synchronních strojů je třeba dát pozor na shodu ve frekvencích 2L a druhé harmonické otáčkové frekvence 2X. Další harmonické složky jsou poté dány drážkováním statoru.



Obr. 2.2: Jedna perioda průběhu magnetické indukce a radiální magnetické síly (platí pro dvoupólový stroj, zanedbán vliv drážkování)

#### 2.2 Magnetické síly působící na zuby statoru

Pro určení magnetických sil působících na zuby statoru je nutné znát rozložení magnetického pole uvnitř stroje. To lze určit z magnetické tranzientní analýzy stroje.

Magnetická tranzientní analýza je založena na řešení Maxwellových rovnic pro elektromagnetické pole v časové oblasti a lze v ní uvažovat také vliv otáčení rotoru. Jsou počítány magnetické síly působící v ustáleném stavu na jednotlivé zuby statoru. Magnetickou tranzientní analýzu je možné řešit na konkrétní geometrii stroje ve 2D i 3D, ovšem v případě 2D je nutné přepočítat výsledné síly na skutečnou délku statorového/rotorového paketu v axiálním směru.

Síly působící na určitou část magnetického obvodu, v tomto případě na zuby statoru, lze určit z Maxwellova tenzoru pnutí. V případě analýzy silového působení na zuby statoru se jedná o rozhraní železo – vzduch. V obecném případě, tedy v prostředí o permeabilitě  $\mu$  vystavenému působení magnetického pole o indukci  $\boldsymbol{B} = (B_x, B_y, B_z)$ , lze vyjádřit MST symetrickou maticí [5, 6]

$$\boldsymbol{T} = \frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} B_x^2 - \frac{1}{2} |\boldsymbol{B}|^2 & B_x B_y & B_x B_z \\ B_x B_y & B_y^2 - \frac{1}{2} |\boldsymbol{B}|^2 & B_y B_z \\ B_x B_z & B_y B_z & B_z^2 - \frac{1}{2} |\boldsymbol{B}|^2 \end{bmatrix}.$$
 (2)

Pomocí MST lze následně určit celkovou sílu působící na určitou plochu, případně objem. Pro 3D analýzu je objemová hustota síly  $\Delta f$  dána (3) a celková síla F, působící na těleso o objemu V dle (4).

$$\Delta \boldsymbol{f} = di \boldsymbol{v} \boldsymbol{T} \,, \tag{3}$$

$$\boldsymbol{F} = \int_{V} \Delta \boldsymbol{f} \, dV \,. \tag{4}$$

Plošnou hustotu síly nebo také magnetický tlak (jednotkou je  $N \cdot m^{-2} = Pa$ ) lze vyjádřit přímo Maxwellovým tenzorem pnutí

$$\Delta \boldsymbol{p} = \boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{n} \,, \tag{5}$$

kde n je normálový vektor plochy. Sílu, působící na celé těleso o povrchu S, lze stanovit jako

$$\boldsymbol{F} = \int_{S} \Delta \boldsymbol{p} \, dS \,. \tag{6}$$

Pro 2D analýzu silového působení na rozhraní feromagnetikum – vzduch je tedy v kartézském souřadném systému celková síla počítána následujícím způsobem

$$F = \frac{1}{\mu_0} \int_{S} \begin{bmatrix} B_x^2 - \frac{1}{2} |B|^2 & B_x B_y \\ B_x B_y & B_y^2 - \frac{1}{2} |B|^2 \end{bmatrix} \begin{cases} n_x \\ n_y \end{cases} dS , \qquad (7)$$

kde: F je celková síla, která působí na těleso o povrchu S

-

 $\mu_0$  je permeabilita vakua (relativní permeabilita vzduchu  $\mu_r \cong 1$  )

 $B_x, B_y$  jsou složky magnetické indukce v kartézském souřadném systému

|B| je absolutní hodnota vektoru magnetické indukce

 $n_x, n_y$  jsou složky jednotkového normálového vektoru plochy.

Příklady průběhu radiální a tangenciální složky síly působící na jeden zub statoru stroje jsou uvedeny na Obr. 2.3, resp. Obr. 2.4.



Obr. 2.3: Příklad průběhu radiální síly působící na zub statoru synchronního stroje v ustáleném stavu (PMSM 2p = 6, n = 3 450 RPM)



Obr. 2.4: Příklad průběhu tangenciální síly působící na zub statoru synchronního stroje v ustáleném stavu (PMSM 2p = 6, n = 3 450 RPM)

#### 2.3 Diskrétní Fourierova transformace

Jelikož magnetické síly získané jako výstup z magnetické tranzientní analýzy jsou řešeny v časové oblasti, je třeba provést jejich transformaci do frekvenční oblasti, ve které je řešena analýza harmonické odezvy. To je provedeno pomocí diskrétní Fourierovy transformace (DFT), kdy je časový průběh sil rozložen na reálné a imaginární složky amplitud odpovídajících jednotlivým superponovaným harmonickým průběhům. Časový vektor budících sil lze zapsat pomocí Fourierovy řady dle (8), diskrétní Fourierova transformace je pak provedena dle (9), kde  $n_{vz}$  je počet vzorků a  $0 \le k \le n_{vz} - 1$ . DFT je třeba provádět na časovém vzorku získaném v ustáleném stavu.

$$f(t) = F_0 + \sum_{i=0}^{n} F_{ci} \cos(\omega_i t) + F_{si} \sin(\omega_i t)$$
(8)

$$F_{k} = \sum_{i=0}^{n_{vz}-1} f_{i} e^{-j2\pi \frac{ki}{n_{vz}}}, \qquad (9)$$

Algoritmem použitým k provedení DFT může být například rychlá Fourierova transformace (FFT). Vektor magnetických sil převedený do frekvenční oblasti je pak použit jako vstup (buzení) v analýze harmonické odezvy.

Níže jsou uvedeny parametry FFT vyplývající z nastavení magnetické tranzientní analýzy. Vzorkovací frekvence  $f_{vz}$  průběhu magnetických sil je při konstantním kroku simulace  $\Delta t$  dána jeho převrácenou hodnotou dle (10)

$$f_{\nu z} = \frac{1}{\Delta t} \,. \tag{10}$$

Počet vzorků n<sub>vz</sub> pro FFT je potom

$$n_{\nu z} = \frac{T}{\Delta t}, \qquad (11)$$

kde T je časový interval pro ukládání vzorků (sil) pro FFT.

Frekvenční krok (rozlišení) FFT  $\Delta f$  je dán (12)

$$\Delta f = \frac{f_{vz}}{n_{vz}}.$$
 (12)

Frekvenční rozsah FFT  $f_{max}$  (Nyquistova frekvence) je

$$f_{\max} = \frac{f_{vz}}{2} \,. \tag{13}$$

Z uvedených rovnic je zřejmé, že pro dosažení většího frekvenčního rozsahu FFT s dostatečně jemným krokem, je třeba provést tranzientní analýzu na poměrně dlouhém časovém úseku s velmi malým časovým krokem. To pochopitelně vede k dlouhé době řešení a značným nárokům na volnou kapacitu pevného disku, kam se ukládají výsledkové soubory. S ohledem na dobu trvání výpočtu je tedy vhodné využít licencí pro paralelní výpočty na více jádrech nebo pracovních stanicích. Dalším možným způsobem je řešení magnetické tranzientní analýzy pouze v průběhu jedné mechanické otáčky rotoru a výsledný vektor sil vložit vícekrát za sebe a teprve poté provést FFT.

#### 2.4 Analýza harmonické odezvy

Dle [7] lze pohybovou rovnici nucených tlumených kmitů lineární soustavy se soustředěnými parametry v maticovém tvaru zapsat jako

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{B}\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}(t), \qquad (14)$$

kde  $\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_{ij} \end{bmatrix}$  je matice hmotnosti,  $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} b_{ij} \end{bmatrix}$  je matice tlumení,  $\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} k_{ij} \end{bmatrix}$  je matice tuhosti,  $\boldsymbol{q}(t) = \begin{bmatrix} q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t) \end{bmatrix}^T$  je vektor zobecněných souřadnic a  $\boldsymbol{f}(t) = \begin{bmatrix} F_1(t), F_2(t), \dots, F_n(t) \end{bmatrix}^T$  je vektor buzení.

Při modelování volného kmitání konzervativních soustav se uvažuje nulové tlumení i buzení, tedy **B**=0 a **f(t)=0**. Pohybová rovnice volného kmitání je v tomto případě

$$\boldsymbol{M}\boldsymbol{\ddot{q}}(t) + \boldsymbol{K}\boldsymbol{q}(t) = 0. \tag{15}$$

Transformace zobecněných souřadnic  $\boldsymbol{q}(t) = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)]^T$  na modální souřadnice  $\boldsymbol{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$  dle (16) se nazývá modální transformace. Řešení dynamické odezvy soustav založené na modální transformaci se nazývá modální analýza

$$\boldsymbol{q}(t) = \sum_{\nu=1}^{n} v_{\nu} \boldsymbol{x}_{\nu}(t) = \boldsymbol{V} \boldsymbol{x}(t)$$
(16)

Dosazením (16) do rovnice (15) přejde pohybová rovnice volného kmitání do tvaru

$$\boldsymbol{M}\boldsymbol{V}\,\ddot{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{K}\boldsymbol{V}\,\boldsymbol{x}(t) = 0\,,\tag{17}$$

kde  $V = [v_v] \in R^{n,n}$  je modální matice sestavená z vlastních vektorů, které popisují vlastní tvar kmitání na odpovídající vlastní frekvenci. Násobením zleva transponovanou modální maticí  $V^T$  lze rovnici (17) převést na tvar

$$\ddot{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{x}(t) = 0, \tag{18}$$

kde  $\Lambda = diag(\lambda_{\nu}) \in \mathbb{R}^{n,n}$  je diagonální spektrální matice s vlastními čísly  $\lambda_{\nu} = \Omega_{\nu}^2$  a odpovídající vlastní frekvence lze určit jako  $\Omega_{\nu} = +\sqrt{\lambda_{\nu}}$ .

Zredukováním řádu matice z původní hodnoty *n* na *m* a uvažováním nenulového buzení lze zúžit řešení odezvy nucených kmitů na oblast vlastních vektorů o předem definovaném rozsahu (19) a tím model zjednodušit a významně ušetřit výpočetní čas.

$$\ddot{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{\Lambda}^{m} \boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{V}^{mT} \boldsymbol{f}(t)$$
(19)

Pokud by se časové vektory budících sil v (14) a (19) nahradily vektory sil transformovaných do frekvenční oblasti, odpovídalo by řešení harmonické odezvy dle (20) využití plného modelu a řešení dle (21) využití redukovaného modelu.

$$M\ddot{q} + B\dot{q} + Kq = f(\omega) \tag{20}$$

$$\ddot{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{\Lambda}^{m} \boldsymbol{x}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{V}^{mT} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\omega})$$
(21)

Analýzu harmonické odezvy tedy lze řešit s využitím plného modelu, kdy jsou rovnice tlumeného nuceného kmitání řešeny pro každou budící frekvenci nebo s využitím

redukovaného modelu, kdy je řešení zúženo pouze na oblast vlastních vektorů (tzv. modální superpozice).

V případě použití modální superpozice je tedy nutné nejprve provést modální analýzu a až poté řešit analýzu harmonické odezvy. Modální analýzu je ovšem vhodné provést také v případě analýzy řešené na plném model, kdy lze určit vlastní frekvence a tvary mechanické konstrukce a předejít při návrhu možnosti jejich vybuzení. Počet zjišťovaných vlastních tvarů a frekvencí je vhodné přizpůsobit frekvenčnímu rozsahu budících sil a topologii stroje. Počáteční podmínky modální analýzy by se měly shodovat s počátečními podmínkami analýzy harmonické odezvy.

Analýzu harmonické odezvy lze v raném stádiu návrhu řešit pouze na statorovém paketu stroje s uvažovanou hmotností vinutí, ovšem později je důležité zahrnout do modelu také kostru a ložiskové štíty stroje, které mají zásadní význam na tuhost celé konstrukce.

Problematika modelování modální analýzy statorového paketu je detailně řešena v [8]. Je zde brána v úvahu nehomogenita statorového svazku, kdy se nejedná o celistvý díl z jednoho materiálu, ale o celek složený z tenkých plechů opatřených z každé strany ještě tenkou vrstvou izolačního laku. Je zjištěno, že vlastní frekvence a tvary paketu nelze modelovat pomocí materiálových vlastností oceli ani podobného izotropního materiálu. Měřením skutečného paketu a následným laděním konečněprvkového modelu jsou stanoveny náhradní moduly pružnosti statorového paketu (resp. ekvivalentního anizotropního materiálu) jako celku. Značný rozdíl dvou řádů je zjištěn v modulu pružnosti v axiálním směru. Dále je zjištěno, že náhradní parametry paketu lze s dostatečnou přesností použít i u jiných strojů obdobných rozměrů, ovšem u výrazněji větších stojů už se výsledky modální analýzy značně liší.

Frekvenční odezvu vibrací je vhodné sledovat v uzlech konečnoprvkové sítě na vnějším obvodu statoru, resp. kostry, ležících nejblíže osám vybraných zubů. V tomto případě není výsledek zkreslen výpočtem střední hodnoty vibrací na celou plochu nebo objem. Principiálně tedy nejlépe odpovídá měření vibrací, kdy je akcelerometr připevněn k malé ploše na povrchu měřeného objektu (v případě elektrických strojů nejčastěji kostry nebo ložiskových štítů) a měří odezvu v určitém místě. Počet zubů, resp. "měřících míst", je vhodné volit s ohledem na počet pólů analyzovaného stroje, aby nedošlo ke zjišťování odezvy v uzlu vlastního tvaru.

### 3 Závěr

Ve zprávě je popsána metodika modelování vnitřně buzených vibrací synchronních strojů s permanentními magnety. Jedná se o vazbu mezi magnetickými silami určenými z magnetické tranzientní analýzy a analýzou harmonické odezvy provedené s využitím buď plného nebo redukovaného modelu. Vektor sil je z časové do frekvenční oblasti převeden pomocí diskrétní Fourierovy transformace. Prvotní analýzu lze provést pouze na modelu statorového paketu vycházejícího z elektromagnetického návrhu stroje, analýzy v pozdější fázi návrhu je již třeba řešit na paketu uloženém v kostře. Paket statoru je nutné modelovat pomocí náhradních materiálových parametrů.

#### Literatura

- [1] ČSN EN 60034-14 ed. 2. Točivé elektrické stroje Část 14: Mechanické vibrace určitých strojů s výškou osy od 56 mm - Měření, hodnocení a mezní hodnoty mohutnosti vibrací. Praha: Český normalizační institut, 2004.
- [2] ČSN ISO 10816-3. Vibrace Hodnocení vibrací strojů na základě měření na nerotujících částech
   Část 3: Průmyslové stroje se jmenovitým výkonem nad 15 kW a jmenovitými otáčkami mezi
   120 1/min a 15 000 1/min při měření in situ. Praha: Úřad pro technickou normalizaci,
   metrologii a státní zkušebnictví, 2010.
- [3] BILOŠ, Jan a Alena BILOŠOVÁ. *Aplikovaný mechanik jako součást týmu konstruktérů a vývojářů: část Vibrační diagnostika*. 1. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2012. ISBN 978-80-248-2755-1.
- BOLDEA, Ion a Syed NASAR. *The Induction Machine Handbook* [online]. B.m.: CRC Press, 2001
   [vid. 2018-07-11]. Electric Power Engineering Series. ISBN 978-0-8493-0004-2. Dostupné
   z: doi:10.1201/9781420042658
- [5] MAYER, Daniel. *Aplikovaný elektromagnetizmus*. České Budějovice: KOPP, 2012. ISBN 978-80-7232-436-1.
- [6] PROMBERGER, Miroslav. Použití matic a tensorů v theoretické elektrotechnice. Praha: SNTL, 1955.
- [7] ZEMAN, Vladimír a Zdeněk HLAVÁČ. *Kmitání mechanických soustav*. 2. Plzeň: Západočeská univerzita, 2004. ISBN 80-7043-337-X.
- [8] BOUZEK, Lukáš. *Elektromagnetické pole, síly, chvění a hluk v elektrických strojích*. Disertační práce, 2014. Západočeská univerzita v Plzni.

## Seznam obrázků

Obr. 1.1: Poměr mezi výchylkou, rychlostí a zrychlením na různých frekvencích – převzato z
[3]6
Obr. 2.1: Blokové schéma metodiky7
Obr. 2.2: Jedna perioda průběhu magnetické indukce a radiální magnetické síly (platí pro
dvoupólový stroj, zanedbán vliv drážkování)8
Obr. 2.3: Příklad průběhu radiální síly působící na zub statoru synchronního stroje
v ustáleném stavu (PMSM 2p = 6, n = 3 450 RPM)10
Obr. 2.4: Příklad průběhu tangenciální síly působící na zub statoru synchronního stroje
v ustáleném stavu (PMSM 2p = 6, n = 3 450 RPM)10

## Historie revizí

Rev.	Kapitola	Popis změny	Datum	Jméno
0	Všechny Publikování dokumentu		30.10.2020	J. Šobra