FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ ZÁPADOČESKÉ UNIVERZITY V PLZNI

RICE

Fakulta elektrotechnická
Regionální inovační centrum elektrotechniky

Zjednodušený výpočet ztrát v železe při neharmonickém napájení

Pracoviště:	KEV, RICE
Číslo dokumentu:	22190-019-2021
Typ zprávy:	Výzkumná zpráva
Řešitelé:	Vladimír Kindl, Jan Laksar, Jiří Dražan
Vedoucí projektu:	Vladimír Kindl
Počet stran:	22
Datum vydání:	10.6.2021
Oborové zařazení:	2.2 Electrical engineering, Electronic engineering, Information engineering - Electrical and electronic engineering

Zadavatel / zákazník:

Zpracovatel / dodavatel:
Západočeská univerzita v Plzni
Regionální inovační centrum elektrotechniky
Univerzitní 8
306 14 Plzeň
Kontaktní osoba:
Vladimír Kindl
tel. 37764454
vkindl@rice.zcu.cz

Tato zpráva vznikla s podporou:
Výsledek vznikl s podporou projektů FW01010295 a SGS-2021-021

Anotace

Tato výzkumná zpráva se zabývá výpočtem ztrát v železe při neharmonickém napájení. Navržená metoda je ověřena metodou konečných prvků na triviální geometrii.

Klíčová slova

Ztráty v železe, neharmonické napájení, injektáž harmonických

Název zprávy v anglickém jazyce / Report title

Iron losses calculation in non-harmonic power supply

Anotace v anglickém jazyce / Abstract

This research report deals with the calculation of iron losses in non-harmonic power supply. The proposed method is verified by the finite element method on trivial geometry.

Klíčová slova v anglickém jazyce / Keywords

Iron losses, non-harmonic power supply, harmonic injection

Seznam symbolů a zkratek

MKP	metoda konečných prvků
MSE	Modified Steinmetz Equation

Obsah

1 Úvod

Z pohledu zvyšování účinnosti elektrických strojů hrály a stále hrají nezanedbatelnou roli ztráty v magnetickém obvodu, tzv. ztráty v železe. Ty lze rozdělit dle příčiny jejich vzniku na hysterezní a ztráty vířivými proudy. Nehomogenity prostředí jako například náhlé změny šířky vzduchové mezery vlivem drážkování anebo fyzikální vlastnosti feromagnetik, které se projevují nelineární B-H charakteristikou, se v elektrických točivých strojích vyskytují již od dob napájení harmonickým napětím. Takovéto neharmonické průběhy magnetické indukce, respektive magnetického toku, obsahují kromě základní harmonické složky i složky vyšších řádů, což se projeví vznikem vířivých proudů o stejných řádech, přičemž ztráty vyvolené těmito proudy jsou jejich frekvenci úměrné kvadraticky. S rychlostí změny sledované veličiny se ve frekvenčním spektru posouváme stále k vyšším řádům harmonických složek. S ohledem na tuto vlastnost se použití moderních výkonových měničů, které se v poslední době hojně využívají pro řízení elektrických strojů pomocí pulzně šířkové modulace (PWM), jeví jako nevýhoda. Zejména se jedná o vývoj jejich polovodičových součástí, jejichž rychlost spínání stále roste, čímž se ve stroji objevují harmonické složky velmi vysokých řádů, které se opět projevují jako zdroj dalších ztrát v magnetickém obvodu.

2 Ztráty v železe pro harmonické napájení

V mnoha případech si vystačíme s odhadem ztrát pro harmonické napájení o frekvenci f, určených pomocí notoricky známé rovnice (1).

$$\Delta p_{FE} = p_h + p_c + p_e = k_h f B_m^2 + k_c f^2 B_m^2 + k_e f^{3/2} B_m^{3/2} \tag{1}$$

Parametry p_h, p_c a p_e značí měrné ztráty hysterezní, vířivými proudy a přídavné (vztažené na 1 kg hmotnosti) a B_m je amplituda magnetické indukce. Parametry k_h, k_c a k_e reprezentují Steinmetzovy koeficienty, které můžeme v drtivé většině případů dohledat v datasheetu výrobce. Pokud tomu tak není, dají se z dostupných dat dopočítat.

Např. velikost k_c se dá určit pomocí měrné elektrické vodivosti σ a tloušťky použitých plechů d z rovnice (2).

$$k_c = \pi^2 \sigma^2 \frac{d^2}{6} \tag{2}$$

Pokud dále zavedeme značení (3),

$$\begin{aligned} K_1 &= k_h f + k_c f^2 \\ K_2 &= k_e f^{3/2} \end{aligned} \tag{3}$$

pak můžeme minimalizací (4) dopočítat potřebné K_1 a K_2.

$$f(K_1, K_2) = \sum_{i=1}^{n} \left[p_i - \left(K_1 B_{m\,i}^2 + K_2 B_{m\,i}^{3/2} \right) \right]^2 = min \tag{4}$$

Zde, p_i jsou měrné ztráty získané z měření při frekvenci f_0 a sycení $B_{m\,i}$. Zbytek koeficientů je dán rovnicí (5).

$$\begin{aligned} k_h &= \frac{K_1 - k_c f_0^2}{f_0} \\ k_e &= \frac{K_2}{f_0^{3/2}} \end{aligned} \tag{5}$$

3 Ztráty v železe při neharmonické napájení a zanedbatelným sériovým odporem vinutí

V tomto případě již není možné v plném rozsahu aplikovat (1), nicméně existuje metoda – MSE [1], jež do jisté míry pracuje se Steinmetzovy koeficienty a zároveň dává uspokojivé výsledky i pro neharmonické napájení. Pozor, metoda předpokládá nulovou stejnosměrnou složku indukce.

3.1 Popis metody

Začněme tím, že budeme analyzovat jednotlivé příspěvky ztrát (hysterezní, vířivými proudy a přídavné) samostatně. Jinými slovy přepíšeme sčítance z (1) do obecného tvaru (6).

$$p_v = kf^{\alpha}B_m^{\beta} \tag{6}$$

Dále rovnici (6) nahradíme rovnicí (7), která je ovšem v plném souladu se všemi předchozími předpoklady.

$$p_v(t) = k_i \left|\frac{dB(t)}{dt}\right|^{\alpha} \Delta B^{\beta-\alpha} \tag{7}$$

Zde *B(t)* je časový průběh indukce a ΔB je peak-to-peak velikost indukce v dané periodě. Výsledná hodnota ztrát se pak zjednodušeně určí z definice pro střední hodnotu jako (8).

$$p_v = \frac{k_i}{T}\int_0^T \left|\frac{dB}{dt}\right|^{\alpha} \Delta B^{\beta-\alpha}\, dt, \quad kde \quad k_i = \frac{k}{2^{\beta-\alpha}2\pi^{\alpha-1}\int_0^{2\pi}|\cos\theta|^{\alpha}d\theta} \tag{8}$$

Při praktických výpočtech můžeme s výhodou použít známého průběhu indukce (známe pro harmonické napájení, ovšem při zanedbání sycení magnetického obvodu) a počítat numericky (9) – třeba krátkým skriptem.

$$p_v = \frac{k_i}{T}\Delta B^{\beta-\alpha}\sum_{i=1}^{m}\left|\frac{B_{i+1}-B_i}{t_{i+1}-t_i}\right|^{\alpha}(t_{i+1}-t_i) \tag{9}$$

Pokud máme periodu rozdělenou na stejně dlouhé časové kroky, můžeme (9) dále zjednodušit na (10).

$$p_v = \frac{k_i}{T}\Delta B^{\beta-\alpha}\sum_{i=1}^{m}\left|\frac{B_{i+1}-B_i}{\Delta t}\right|^{\alpha}\Delta t \ , kde\ \Delta t = {}^{T}\!/_{m+1} \tag{10}$$

Někdy může být výhodnější výpočet provést na základě známého průběhu napájecího, nebo lépe indukovaného, napětí $u(t)$. Známe-li počet závitů cívky N_1, jež magnetický tok vyvolává, a průřez železa S_{FE}, pak pro ΔB zjednodušeně platí (11).

$$\Delta B = 2\frac{\max(\int u(t)dt)}{N_1 S_{FE}} \tag{11}$$

Rovnice (10) pak přejde do tvaru (12).

$$p_v = \frac{k_i}{T}\Delta B^{\beta-\alpha}\sum_{i=1}^{m}\left|\frac{u_i}{N_1 S_{FE}}\right|^{\alpha}\Delta t \tag{12}$$

Nutno však podotknout, že u silně syceného magnetického obvodu se časové průběhy indukovaného a napájecího (tuto křivku dobře známe) napětí značně rozcházejí, což může do výsledku zanést nemalou chybu.

Jediným dalším problémem může být potřeba numericky integrovat $\int_0^{2\pi}|\cos\theta|^{\alpha}d\theta$, naštěstí se dá provést série výpočtů (pro různé α) a získat relativně přesnou aproximaci (13).

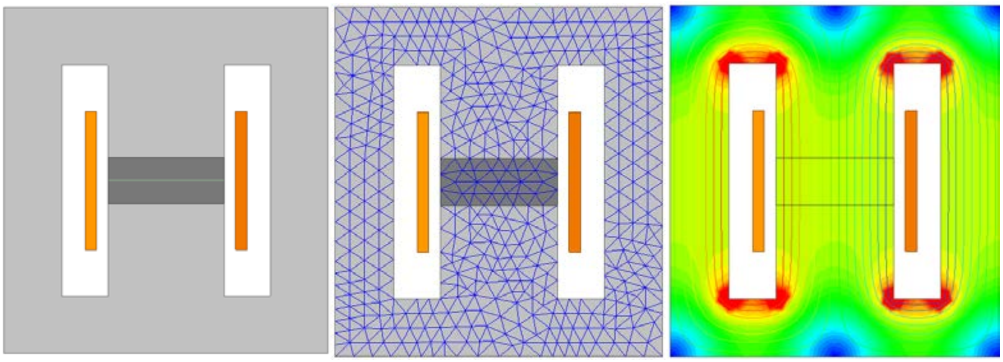
$$k_i = \frac{k}{2^{\beta-\alpha}\pi^{\alpha-1}\left(0.2761+\frac{1.7061}{\alpha+1.354}\right)} \tag{13}$$

3.2 Ověření metodou konečných prvků

Pro ověření výpočtové metody bylo připraveno několik konečnoprvkových modelů, skládajících se z magnetického obvodu s jednou cívkou (Obr. 1). Magnetický obvod je navržen tak, aby v těsné blízkosti s budicí cívkou vznikla oblast s rovnoměrným sycením (konstantní indukce). V této oblasti (označeno tmavě šedou barvou) jsou následně ztráty počítány. Díky rovnoměrné indukci je navíc možné metodu porovnat též s analytickým přístupem, dle (1). Nastavení coreloss modelu je pro všechny modely stejné:

$k_h = 196{,}8; k_c = 0{,}417; k_e = 0$

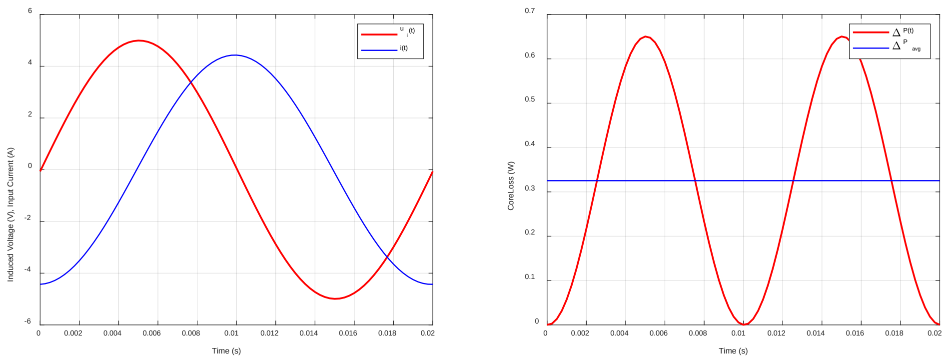
Stejně tak počet závitů, průřez železa a objem analyzované oblasti jsou ve všech případech stejné: $N_1 = 13\,\text{záv.}$, $S_{FE} = 50\text{ mm} \times 20\text{ mm} = 1e^{-3}\text{ m}^2$, $V_{FE} = 50\text{ mm} \times 20\text{ mm} \times 20\text{ mm} = 2e^{-5}\text{ m}^3$



Obrázek 1 Výchozí geometrie pro konečnoprvkovou analýzu.

3.2.1 Var A – Ideální železo, harmonické napájení

V tomto případě uvažujeme železo s relativní permeabilitou $\mu_r = 5000$, což je zřejmé též z časových průběhů indukovaného napětí a napájecího proudu v Obr. 2. Napájecí napětí je dáno předpisem $u_1 = 5\sin\omega t$. Abychom zajistili co nejlepší shodu mezi indukovaným a napájecím napětím, budeme uvažovat jen velmi malý odpor vinutí (30 mΩ).

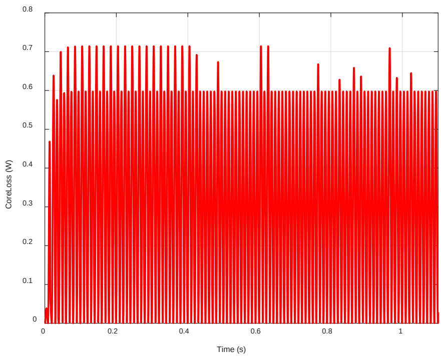


Obrázek 2 Časové průběhy (z MKP) indukovaného napětí a proudu (vlevo), ztráty v železe (vpravo).

Výsledné ztráty v železe dle MKP je možné určit jako střední hodnotu (modrá čára) časové závislosti ztrát z Obr. 2 (vpravo), tj. $\Delta P_{FE\_MKP} = 0{,}3253\text{ W}$

Pozn.: Na tomto místě je lépe upozornit, že pro výpočet je nutné brát v úvahu až skutečně ustálený stav. Přestože se průběhy jeví jako ustálené, mohou vlivem velké časové konstanty obsahovat velmi malou stejnosměrnou složku. V takovém případě Maxwell změní coreloss model podle rovnice (14), kde $k_{dc} = 0{,}65$.

Situace je dobře patrná na Obr. 3, kde je vidět vývoj ztrát v železe přes celý analyzovaný interval. Z obrázku je zřejmé, že stejnosměrná složka toku zmizela v čase 0,4 s. Občasné náhlé nárůsty ztrát po tomto okamžiku dále se dají přisoudit chybnému vyhodnocení stejnosměrné složky toku vlivem numerické chyby.



Obrázek 3 Vývoj ztát v železe přes celý analyzovaný časový interval.

$$\Delta p_{FE} = c_{dc} k_h f B_m^2 + k_c f^2 B_m^2 + k_e f^{3/2} B_m^{3/2}, \quad c_{dc} = 1 + k_{dc} B_{dc}^2 \tag{14}$$

Pro analytický výpočet stačí dosadit do (15), přičemž dle výpočtu uvažujeme $u_{im} = 4{,}99$ V. Jak je vidět, výsledek je velmi podobný tomu z MKP.

$$\Delta P_{FE\_analyt} = p_h + p_c = (k_h f B_m^2 + k_c f^2 B_m^2) V_{FE} = 0{,}3249\ \mathrm{W}, \quad B_m = \frac{u_{im}/\omega}{N_1 S_{FE}} \tag{15}$$

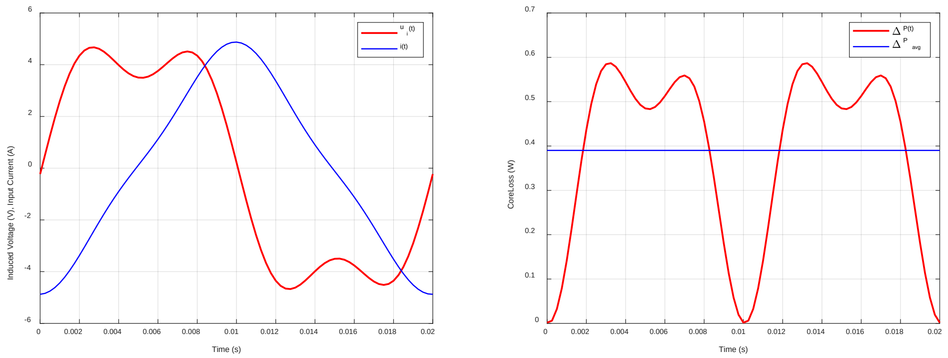
Aplikací MSE se dopracujeme k výsledku (16).

$$\Delta P_{FE\_MSE} = \frac{k_{i-h}}{T} \Delta B \sum_{i=1}^{m} \left| \frac{u_i}{N_1 S_{FE}} \right| \Delta t + \frac{k_{i-c}}{T} \sum_{i=1}^{m} \left| \frac{u_i}{N_1 S_{FE}} \right|^2 \Delta t = 0{,}3249\ \mathrm{W} \tag{16}$$

Je tedy vidět, že pro harmonické napájení (s ideálním železem) dává analytická metoda (1) stejný výsledek jako MSE (12).

3.2.2 *Var B – Ideální železo, neharmonické napájení*

V tomto případě uvažuje železo s relativní permeabilitou $\mu_r = 5000$, což je zřejmé též z časových průběhů indukovaného napětí a napájecího proudu v Obr. 4. Napájecí napětí je dáno předpisem $u_1 = 5\sin(\omega t) + 1.5\sin(3\omega t)$. Abychom zajistili co nejlepší shodu[1] mezi indukovaným a napájecím napětím, budeme uvažovat jen velmi malý odpor vinutí (30 mΩ).



Obrázek 4 Časové průběhy (z MKP) indukovaného napětí a proudu (vlevo), ztráty v železe (vpravo).

Výsledné ztráty v železe dle MKP je možné určit jako střední hodnotu (modrá čára) časové závislosti ztrát z Obr. 4 (vpravo), tj. $\Delta P_{FE\_MKP} = 0{,}39\ \mathrm{W}$

Na základě MSE se dostaneme k výsledku $\Delta P_{FE\_MSE} = 0{,}391\ \mathrm{W}$

Analytický přístup dle (1) nejde dobře použít. Ačkoliv je systém lineární, superpozice ve vztahu pro výpočet ztrát nebude platit. Pro ověření tohoto stanoviska stačí určit indukce pro základní i třetí harmonickou (17)

$$B_{m1} = \frac{u_{im1}/\omega}{N_1 S_{FE}} \qquad a \qquad B_{m3} = \frac{u_{im3}/3\omega}{N_1 S_{FE}} \tag{17}$$

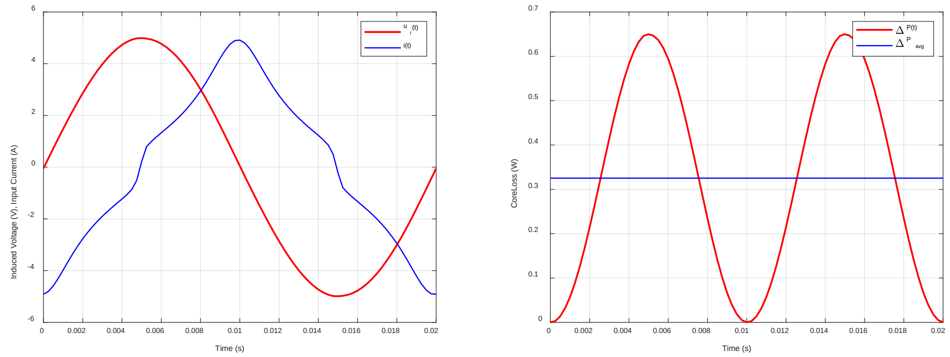
a dosadit je do (18).

$$\Delta P_{FE\_analyt} = (k_h f(B_{m1}^2 + B_{m3}^2) + k_c f^2 (B_{m1}^2 + B_{m3}^2))V_{FE} = 0{,}329\ \mathrm{W} \tag{18}$$

[1] Odpor vinutí zavádí jednak fázový posuv jednotlivých harmonických a jednak způsobuje úbytek napětí (vlivem neharmonického proudu – injektáž, sycení …). Rozdíl mezi průběhem indukovaného a napájecího napětí je potom značný.

3.2.3 *Var C – Reálné železo, harmonické napájení (dle předchozího modelu)*

V tomto případě uvažuje železo s nelineární charakteristikou (dle M350-50A), což je zřejmé též z časových průběhů indukovaného napětí a napájecího proudu v Obr. 5. Napájecí napětí je dáno předpisem $u_1 = 5 \sin \omega t$. Abychom zajistili co nejlepší shodu mezi indukovaným a napájecím napětím, budeme uvažovat jen velmi malý (30 mΩ) odpor vinutí.



Obrázek 5 Časové průběhy (z MKP) indukovaného napětí a proudu (vlevo), ztráty v železe (vpravo) – reálná BH charakteristika.

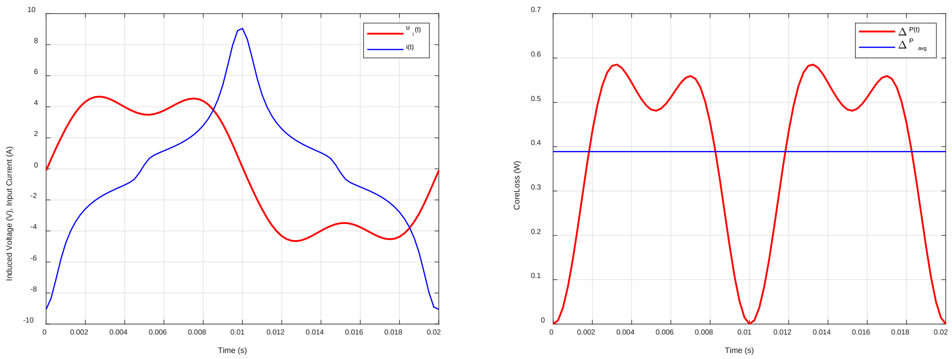
Výsledné ztráty v železe dle MKP je možné určit jako střední hodnotu (modrá čára) časové závislosti ztrát z Obr. 4 (vpravo), tj. $\Delta P_{FE\_MKP} = 0{,}325$ W.

Analytický výpočet opět dává stejné číslo jako MSE, tedy:

$$\Delta P_{FE\_analyt} = \Delta P_{FE\_MSE} = 0{,}324 \text{ W}$$

3.2.4 *Var D – Reálné železo, neharmonické napájení (dle předchozího modelu)*

V tomto případě uvažuje železo s relativní permeabilitou $\mu_r = 5000$, což je zřejmé též z časových průběhů indukovaného napětí a napájecího proudu v Obr. 6. Napájecí napětí je dáno předpisem $u_1 = 5 \sin(\omega t) + 1{,}5 \sin(3\omega t)$. Abychom zajistili co nejlepší shodu mezi indukovaným a napájecím napětím, budeme uvažovat jen velmi malý odpor vinutí (30 mΩ).



Obrázek 6 Časové průběhy (z MKP) indukovaného napětí a proudu (vlevo), ztráty v železe (vpravo).

Výsledné ztráty v železe dle MKP je možné určit jako střední hodnotu (modrá čára) časové závislosti ztrát z Obr. 4 (vpravo), tj. $\Delta P_{FE\_MKP} = 0{,}389$ W.

Na základě MSE se dostaneme k výsledku $\Delta P_{FE\_MSE} = 0{,}390$ W.

Analytický přístup dá stejné číslo, jako tomu bylo v rovnici (18).

3.3 Porovnání

Číselné porovnání je vidět v Tab.1

Tabulka 1. číselné porovnání metod

Varianta	MKP	Analyticky	MSE
Var. A	325 mW	325 mW	325 mW
Var. B	390 mW	329 mW	391 mW
Var. C	325 mW	324 mW	324 mW
Var. D	389 mW	329 mW	390 mW

4 Ztráty v železe při neharmonické napájení a nezanedbatelným sériovým odporem a rozptylovou indukčností vinutí

Jak bylo řečeno výše, úbytek napětí na podélné větvi může způsobit značný rozdíl mezi průběhem indukovaného a napájecího napětí. Jelikož ztráty určujeme na základě průběhu indukce (resp. magnetického toku, případně indukovaného napětí), která je neznámo jak deformovaná, výsledek by nemusel dobře odpovídat skutečnosti. Pro odhad ztrát je nyní nutné použít analyticko-numerického výpočtu, při kterém se určí celý přechodový děj včetně nelinearity magnetického obvodu. Řešením získáme průběh odebíraného proudu, z čehož snadno zjistíme indukované napětí, magnetický tok a následně magnetickou indukci.

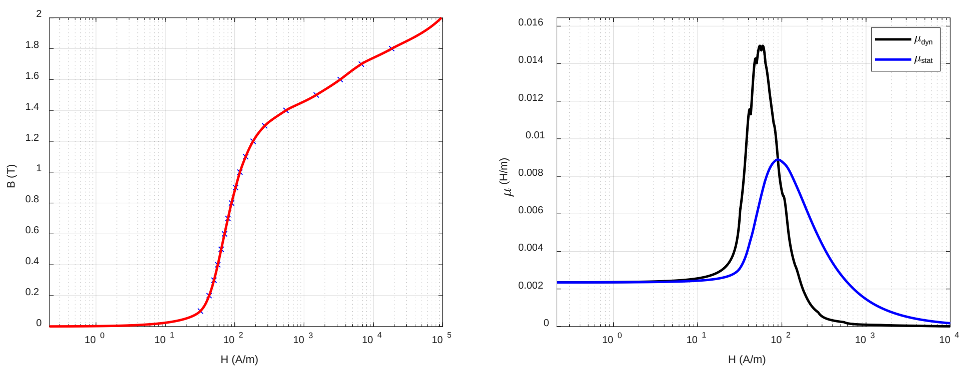
4.1 Popis metody

Jádrem metody zůstává rovnice (10) nebo (12), doplněná o další podpůrné výpočty. Principiální postup se dá shrnout následujícími body.

a) ***Geometrie problému***: stanovíme základní dimenze řešeného problému - průřezy, objemy a počty závitů, ze kterých se následně budou určovat magnetické indukce a indukčnosti.

b) ***Volba napájení***: definujeme funkci napájecího napětí (např. vektorem) a určíme velikost činného odporu vinutí.

c) ***Příprava BH charakteristiky***: připraví se vektor dynamické permeability ($\mu_d = {}^{\Delta B}/_{\Delta H}$) použitého železa v závislosti na intenzitě magnetického pole. K tomu se dá s výhodou použít dostupné BH charakteristiky (tu vhodně interpolujeme, viz Obr. 7).



Obrázek 7 BH charakteristika použitého železa (vlevo), permeabilita (vpravo).

d) ***Příprava důležitých konstant***: nadefinují se ztrátová čísla a předpočítá se integrál pro k_i ze vztahu (8).

e) ***Výpočet (hlavní cyklus)***: výchozí hlavní indukčnost L můžeme zjistit z počátečních podmínek (např. nulového magnetického toku). Tuto velikost společně s rozptylovou indukčností, tj $L + L_s$, odporem cívky a napájecím napětím v daném časovém okamžiku použijeme pro zjištění proudu řešením odpovídající diferenciální rovnice. Pro svoji rychlost je dobrou volbou fce ODE15s. Známe-li napájecí napětí a odpor vinutí, snadno získáme průběh indukovaného napětí (jako $u_i(t) = u_1(t) - i_1(t)R - L_s\frac{\Delta i}{\Delta t}$, nebo prostě jen $u_i(t) = L\frac{\Delta i}{\Delta t}$), a následně se jeho integrací dopracujeme až na magnetický tok. Ten je také možné získat přímo z dynamické definice indukčnosti (19).

$$L_d = \frac{d\phi}{di} \Longrightarrow \phi_m = \sum_{i=1}^{m} L_{d-i}(i_{i+1} - i_i) \tag{19}$$

Po ustálení přechodového děje[2] možné určit rozkmit magnetického toku (indukce) a dosadit do vztahu (10).

f) ***Interpretace***: výsledky je možné ve formě grafů uložit/dále zpracovat.

Celý skript:

```
clear all, close all, clc
global u_x R L Ls

%ZAKLADNI NASTAVENI VYPOCTU
%XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
t_max=260e-3;                    %delka pocitaneho intervalu
T_zakladni=20e-3;                %perioda zakladni harmonicke - dulezite pro urceni rozkmit
toku

kroku=t_max*100000;              delka kroku vypoctu
time=linspace(0,t_max,kroku);dt=time(2);    %priprava casoveho vektoru
mu_lim=1.5e-3;                   %omezeni saturace - nutne pro stabilitu vypoctu
%koeficienty mernych ztrat
k_h=196.8;  k_c=0.417;
alpha_1=1;  alpha_2=2;
beta_1=2;    beta_2=2;
%koeficienty mernych ztrat

%geometrie problemu
N=13;                            %pocet zavitu civky
l_sil=300e-3;                    %delka silocary
S=50e-3*20e-3;                   %plocha protekana tokem
V=50e-3*20e-3*20e-3;             %objem zeleza ve kterm urcujeme ztraty
%geometrie problemu

%nastaveni napajeni
R=0.08; Ls=0.5e-4;               %cinny odpor civky a rozptylová indukčnost
u1=5*sin(2*pi*50*time)+1.5*sin(2*pi*3*50*time);
%nastaveni napajeni

%XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
%ZAKLADNI NASTAVENI VYPOCTU

%PRIPRAVA DAT A KONSTANT
%XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
BH=xlsread('FE_data.xlsx', 'A1:B23')';       %nacte BH charakteristiku
H_FE=BH(1,:);B_FE=BH(2,:);
b_x=linspace(0,max(B_FE),10000);
h_x = interp1(B_FE,H_FE,b_x,'pchip');        %provede interpolaci BH charakteristiky

for i=1:1:length(h_x)-1
mu(i)=(b_x(i+1)-b_x(i))/(h_x(i+1)-h_x(i));   %vypocita permeabilitu
end
mu(i+1)=mu(i);

%Vypocet integralu - numericky pro dane alfy
    fi=linspace(0,2*pi,10000);
    for x=1:1:length(fi)
    d_phi=fi(2)-fi(1);
    int_1(x)=abs(cos(fi(x)))^alpha_1*d_phi;
    int_2(x)=abs(cos(fi(x)))^alpha_2*d_phi;
    end
    INT_1=sum(int_1);INT_2=sum(int_2);
    ki_hyst_int=k_h/(2^(beta_1-alpha_1)*(2*pi)^(alpha_1-1)*INT_1);
    ki_eddy_int=k_c/(2^(beta_2-alpha_2)*(2*pi)^(alpha_2-1)*INT_2);
%Vypocet integralu - numericky pro dane alfy
```

Komentář [IJD1]: Nemělo by tu být spíš děleno?

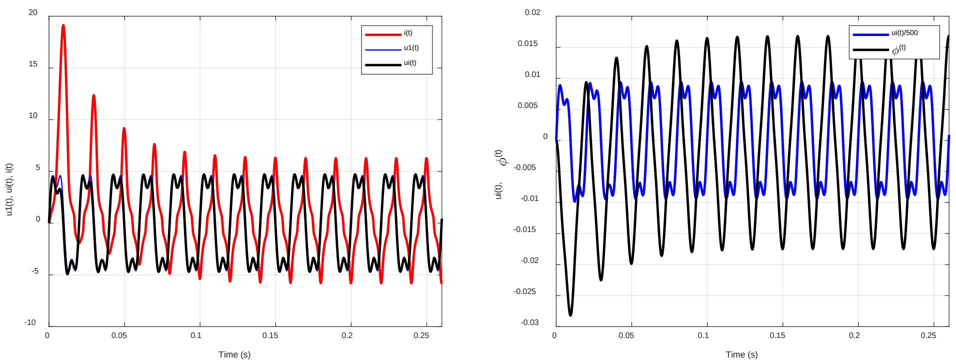
[2] V případě malého odporu se přechodový děj může ustalovat dlouho.

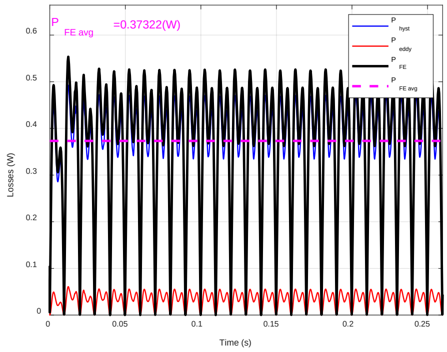
```
%XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
%PRIPRAVA DAT A KONSTANT
kresli_1                   %vykresli BH charakteristiku a permeabilitu v zavslosti na H (A/m)

%nulovani promennych
t_dif=[];i_L=[];
phi_cumul=0;phi_cumul2=0;
casik=0;citac=0;citac1=0;
%nulovani promennych

for m=1:1:length(time)-1;
    if m==1
    %pocatecni podminky
    phi(m)=1e-5;
    i_L0(m)=0;
    else
    i_L0=i_Ldiff(end);
    %pocatecni podminky
    end

    %stanoveni aktualni permeability
    B(m)=abs(phi(m))/(N*S);
    najdi_mu=find(b_x>=B(m),1,'first');
    mu_l(m)=mu(najdi_mu);

    if mu_l(m)<mu_lim
       mu_l(m)=mu_lim;                      %omezeni permebility
    end
    %stanoveni aktualni permeability
    L_x(m)=mu_l(m)*S*N^2/l_sil;             %vypocet indukcnosti
    L=L_x(m)+Ls; u_x=u1(m+1);
    t0=time(m);tf=time(m+1);                %meze vypoctu proudu
    [t,i_Ldiff]=ode15s('diff_RL',[t0 tf],i_L0);     %vypocet diferenciani rovnice
    di=i_Ldiff(end)-i_Ldiff(1);
    t=t';i_Ldiff=i_Ldiff';
    t_dif=[t_dif t]; i_L=[i_L i_Ldiff];

    %stanoveni toku z dynamicke definice indukcnosti
    phi_cumul2=phi_cumul2-L_x(m)*(i_Ldiff(end)-i_Ldiff(1));
    phi_new(m+1)=phi_cumul2;
    %stanoveni toku z dynamicke definice indukcnosti

    %stanoveni toku z indukovaneho napeti
    u_i(m+1)=u_x-R*i_Ldiff(end)-Ls*di/dt;u_nap(m)=u1(m);
    u_i2(m+1)=L*di/dt;u_nap(m)=u1(m);
    phi_cumul=phi_cumul-u_i(m+1)*dt;
    phi(m+1)=phi_cumul;
    %stanoveni toku z indukovaneho napeti

    %kresli aktualni vysledky
    okno=5;
    citac=citac+1; casik=[casik m*dt];
    if citac>=30
        citac=0; citac1=citac1+1;

        if citac1>=15
        close(3)
        citac1=0;
        end
        if max(casik)<=okno*T_zakladni
            x_min=0;
            x_max=okno*T_zakladni;
        else
            x_min=max(casik)-okno*T_zakladni;
            x_max=max(casik);
        end
    figure(3)
    set(gca,'FontSize',11),box on,grid on, hold on
    set(gcf, 'position', [300 50 560 420]);
    plot(t_dif,i_L,'r', 'LineWidth',2)
    plot(time,u1,'b','LineWidth',1)
    plot(casik,u_i,'k','LineWidth',2)
    xlabel('Time (s)'), ylabel('u1(t), ui(t), i(t)')
    legend('i(t)', 'u1(t)', 'ui(t)'),xlim([x_min, x_max])
    %kresli aktualni vysledky
    end
end
```

```
vypoctu (pro odladeni)

%vypocet ztrat pomoci zname zindukce
%XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
%neni mozne dat do hlavniho cyklu,
%nejdrive se musi napocitat rozkmit toku

%rozkmit toku
cut_out=round((t_max-T_zakladni)/t_max*kroku);
for i=1:1:length(time)-cut_out
    tok(i)=phi(cut_out+i);
end
DELTA_B=abs(max(tok)-min(tok))/(N*S);
%rozkmit toku

%ztraty zavisle na case
for i=1:1:length(time)-1
  time2(i)=time(i);
  B=phi/(N*S);
  delta_B=B(i+1)-B(i);
  p_hyst(i)=ki_hyst_int*DELTA_B^(beta_1-alpha_1)*abs(delta_B/dt)^alpha_1*V;
  p_eddy(i)=ki_eddy_int*DELTA_B^(beta_2-alpha_2)*abs(delta_B/dt)^alpha_2*V;
end
%ztraty zavisle na case

%vypocet stredni hodnoty
P_hyst_indukce=sum(p_hyst*dt)/t_max;
P_eddy_indukce=sum(p_eddy*dt)/t_max;
P_FE=P_hyst_indukce+P_eddy_indukce;
P_AVG=ones(1,length(time2))*P_FE;
vysledek=num2str(P_FE);
%vypocet stredni hodnoty

%XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
%vypocet ztrat pomoci zname zindukce

kresli_2                                                    %vykresli vysledky
```

4.2 *Příklad výpočtu*

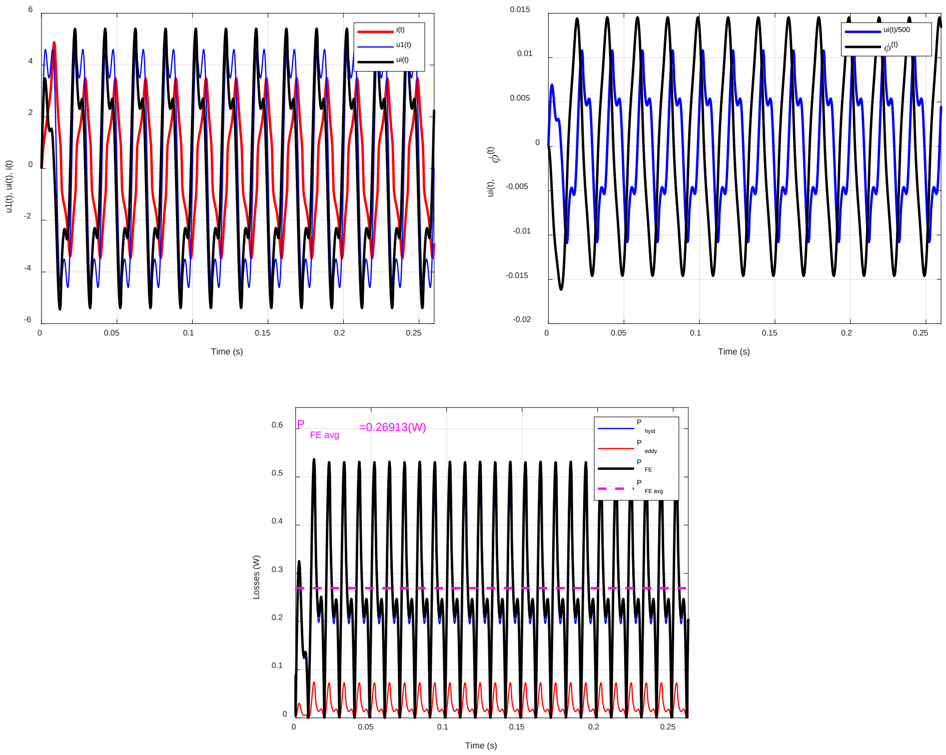
Jako ukázkový příklad použijeme model z Var D (viz kap. 3.2.4). Nejprve budeme uvažovat velmi podobné podmínky, tj. R=0,08 Ω (pro vyšší stabilitu řešení) a L_s=5e^{-5} H, poté výpočet provede s R=0,8 Ω, R=3 Ω a R=8 Ω. První výpočet je vidět v Obrázku 8. Pomocí MKP dostaneme výsledek $\Delta P_{FE\_MKP} = 0{,}384$ W





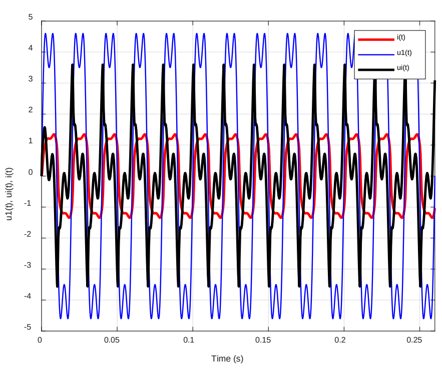
Obrázek 8 Časové průběhy napětí, proudu a toku (vlevo a vpravo), výsledné ztráty (uprostřed) - R=0.08 Ω.

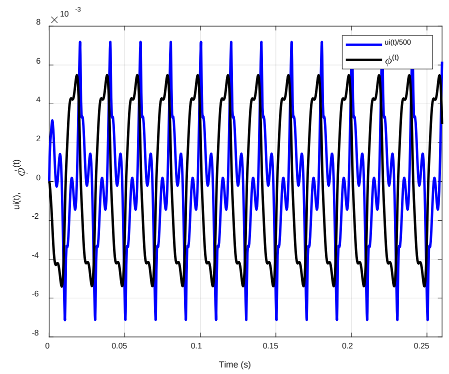
Druhý výpočet je vidět v Obrázku 9. Pomocí MKP dostaneme výsledek $\Delta P_{FE\_MKP} = 0{,}264\ \mathrm{W}$

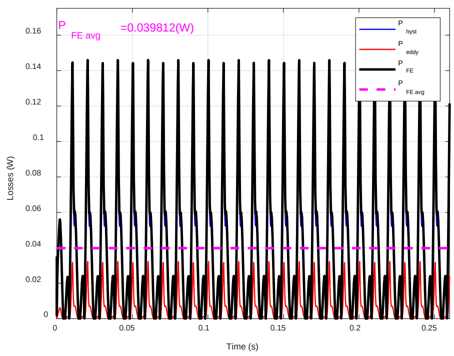


Obrázek 9 Časové průběhy napětí, proudu a toku (vlevo a vpravo), výsledné ztráty (uprostřed) - R=0.8 Ω.

Třetí výpočet je vidět v Obrázku 10. Pomocí MKP dostaneme výsledek $\Delta P_{FE\_MKP} = 38{,}11\ \mathrm{mW}$

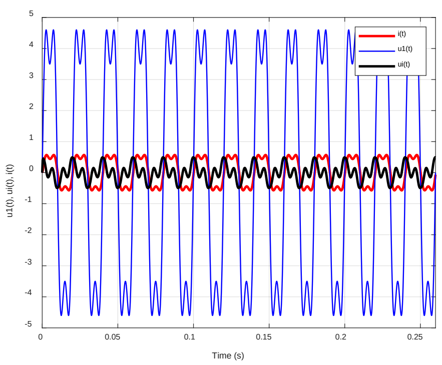


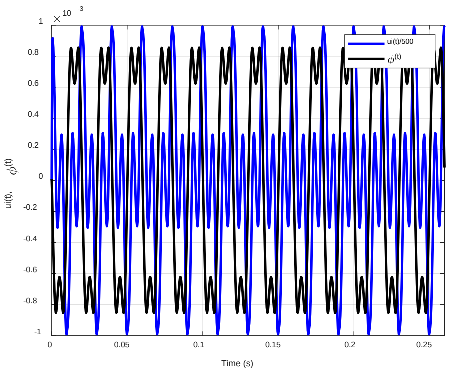


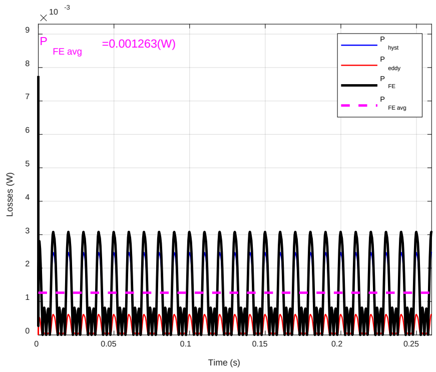


Obrázek 10 Časové průběhy napětí, proudu a toku (vlevo a vpravo), výsledné ztráty (uprostřed) - R=3 Ω.

Poslední výpočet je vidět v Obrázku 11. Z MKP dostaneme výsledek $\Delta P_{FE\_MKP} = 1{,}88\ \mathrm{mW}$







Obrázek 11 Časové průběhy napětí, proudu a toku (vlevo a vpravo), výsledné ztráty (uprostřed) - R=8 Ω.

4.3 *Závěrečné porovnání*

Číselné porovnání je vidět v Tab.2. Z výsledků je patrné, že čím znatelnější rozdíl mezi indukovaným a napájecím napětím (nebo poměrem R/L), tím menší shodu MSE s MKP můžeme očekávat. Nutno však podotknout, že zásadní rozdíly vznikají až v extrémních případech (zde při R=8 Ω), které většinou neodpovídají realitě.

Tabulka 2. číselné porovnání navrhované metody a MKP

Varianta	MKP	MSE
***R*=0.08 Ω**	384 mW	373 mW
***R*=0.8 Ω**	264 mW	269 mW
***R*=3 Ω**	38.5 mW	39.8 mW
***R*=8 Ω**	*1.88 mW*	*1.26 mW*

5 Závěr

Z prezentovaných výsledků je vidět velmi dobrá shoda MSE s MKP (v rámci sledovaných mezí). MSE se dá snadno implementovat jednoduchým matlabovským skriptem, a může tak přispět ke zpřesnění výpočtu účinnosti stroje již ve fázi analytického návrhu.

Pro ideální systémy (bezeztrátová vinutí, velmi nízká rozptylová indukčnost) je možné využít velmi pohodlného vztahu (10) nebo (12). V případě nezanedbatelného činného odporu vinutí je nutné použít analyticko-numerickou metodu popsanou v kap. 4.

Drobné odchylky v rámci jednotlivých řešení zapříčila konstantní rozptylová indukčnost. Předmětem další studie bude aplikací této metody na výpočet ztrát v elektrickém stroji.

Literatura

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Steinmetz%27s_equation

Seznam obrázků

Historie revizí

Rev.	Kapitola	Popis změny	Datum	Jméno
1	Všechny	Publikování dokumentu	24.2.2020	V.Kindl