

Metodika návrhu strojů s axiálním tokem

Pracoviště: RICE
Číslo dokumentu: 22190 – 036 – 2021
Typ zprávy: Výzkumná
Řešitelé: Ing. Jan Laksar, Ph.D.
Vedoucí projektu: Prof. Ing. Zdeněk Peroutka, Ph.D., Doc. Ing. Karel Hruška, Ph.D.
Počet stran: 79
Datum vydání: 15. 3. 2021
Oborové zařazení: 2.2 Electrical engineering, Electronic engineering, Information engineering - Electrical and electronic engineering

Zpracovatel / dodavatel:
Západočeská univerzita v Plzni
Research and Innovation Centre
for Electrical Engineering
Univerzitní 8
306 14 Plzeň
Kontaktní osoba:
Jan Laksar
tel. 377634474
laksar@fel.zcu.cz

Tato zpráva vznikla s podporou Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR v rámci projektu OP VVV, Elektrotechnické technologie s vysokým podílem vestavěné inteligence, číslo CZ.02.1.01/0.0/0.0/18_069/0009855 a v rámci projektu SGS-2021-021

Anotace

Tato výzkumná zpráva se zabývá přehledem odlišností elektromagnetického návrhu strojů s axiálním tokem oproti strojům s radiálním tokem. Kromě základní výkonové rovnice a hledání optimálního poměru rozměrů stroje je v této zprávě shrnuto základní dělení strojů s axiálním tokem a odlišnosti jejich elektromagnetického návrhu.

Klíčová slova

Stroje s axiálním tokem, elektromagnetický návrh, výkonová rovnice, indukčnosti

Název zprávy v anglickém jazyce / Report title

Design methodology of axial flux machines

Anotace v anglickém jazyce / Abstract

This research report deals with the overview of the differences in the electromagnetic design of axial flux machines compared to radial flux machines. The sizing equation and the search for the optimal ratio of machine dimensions are discussed at first; then the classification of types of axial flux machines and the differences in their electromagnetic design are discussed.

Klíčová slova v anglickém jazyce / Keywords

Axial flux machines, electromagnetic design, sizing equation, inductance

Seznam symbolů a zkratek

$2u$	počet vrstev vinutí	[-]
A	vektorový magnetický potenciál	[Vs m ⁻¹]
A	lineární obvodová proudová hustota	[A/m]
A_i	lineární obvodová proudová hustota na vnitřním průměru	[A/m]
b_c	šířka cívk	[m]
b_d	šířka drážky	[m]
b_{d0}	šířka otevření drážky	[m]
B_j	indukce ve jhu	[T]
B_r	remanentní indukce	[T]
B_{ref}	referenční hodnota indukce	[T]
B_z	indukce v zubu	[T]
b_{zmin}	šířka zubu na minimálním průměru	[m]
B_δ	indukce ve vzduchové mezeře	[T]
C	Essonův činitel elektromagnetického využití stroje	$\left[\frac{VA}{m^3 \text{ot min}^{-1}} \right]$
c	jmenovatel počtu drážek na pól a fázi	[-]
D_1	průměr vrtání statoru / střední průměr stroje	[m]
D_A	průměr odpovídající střední hodnotě lineární obvodové proudové hustoty	[m]
D_e	vnější průměr magnetického obvodu	[m]
D_i	vnitřní průměr magnetického obvodu	[m]
f	frekvence	[Hz]
f_{ref}	referenční hodnota frekvence	[Hz]
H_c	koercitivní síla	[A m ⁻¹]
h_d	výška drážky	[m]
h_{d0}	výška otevření drážky	[m]
h_{d1}	výška oblasti drážkového klínu	[m]
h_{d3}	výška aktivní částí drážky	[m]
h_m	výška permanentního magnetu	[m]
H_m	velikost intenzity magnetického pole pracovního bodu magnetu	[A m ⁻¹]
h_r	výška rotoru	[m]
h_s	výška statoru	[m]
h_z	výška zubu	[m]

I	proud	[A]
J	proudová hustota	[A m ⁻²]
k_B	činitel tvaru pole	[-]
k_{Cu}	činitel indukčnosti aktivní oblasti drážky	[-]
K_{Cud}	poměr mezi hmotnostmi drážkové části vinutí a celkové hmotnosti aktivní části stroje	[kg]
$k_{\check{z}}$	činitel délky čela	[-]
$K_{\check{c}d}$	poměr mezi hmotnostmi čel vinutí a hmotnostmi drážkové části	[-]
k_d	činitel plnění drážky	[-]
k_F	činitel sycení magnetického obvodu	[-]
k_{ke}	činitel indukčnosti oblasti otevření drážky	[-]
k_r	činitel rozlohy	[-]
k_v	činitel vinutí	[-]
k_y	činitel kroku	[-]
l	délka siločáry	[m]
L_a	indukčnost reakce kotvy	[H]
$l_{\check{z}}$	střední délka čela	[m]
$l_{\check{c}e}$	délka vnějšího čela	[m]
$l_{\check{c}i}$	délka vnitřního čela	[m]
L_d	podélná indukčnost	[H]
l_{Fe}	délka paketu	[m]
l_{Fez}	délka paketu zubu statoru	[m]
L_q	příčná indukčnost	[H]
L_{σ}	rozptylová indukčnost	[H]
$L_{\sigma 1\check{c}}$	rozptylová indukčnost čel jedné cívky	[H]
$L_{\sigma 1d}$	rozptylová indukčnost jedné drážky	[H]
$L_{\sigma d}$	rozptylová indukčnost drážek jedné fáze	[H]
m	hmotnost elektromagnetického obvodu stroje	[kg]
m	počet fází	[-]
m_a	hmotnost aktivní části stroje	[kg]
m_{Cu}	hmotnost vinutí	[kg]
m_{Cud}	hmotnost drážkové části vinutí	[kg]
n	čítatel počtu drážek na pól a fázi	[-]
n	synchronní otáčky	[ot min ⁻¹]

N_c	počet závitů cívky	[-]
n_c	počet vrstev cívek planárního vinutí	[-]
N_m	počet závitů ekvivalentní cívky k permanentnímu magnetu	[-]
N_s	počet závitů v sérii jedné fáze	[-]
N_{s1}	počet závitů v sérii statoru jednoho dílčího vinutí	[-]
n_δ	počet vzduchových mezer	[-]
p	počet pólů stroje	[-]
q	počet drážek na pól a fázi	[-]
Q_f	počet drážek na jednu fázi	[-]
r	poloměr	[m]
R_a	odpor vinutí kotvy	[Ω]
S	plocha drážky	[m ²]
s_i	hustota vnitřního zdánlivého výkonu	[VA kg ⁻¹]
S_i	vnitřní zdánlivý výkon	[VA]
S_v	průřez vodiče	[m ²]
t	čas	[s]
t_p	pólová rozteč	[m]
t_{pd}	pólová rozteč v počtu drážek	[-]
u_i	časový průběh indukovaného napětí	[V]
U_i	indukované napětí	[V]
X_d	reaktance vinutí kotvy	[Ω]
y_{1d}	krok vinutí v počtu drážek	[-]
Z_d	impedance vinutí kotvy	[Ω]
α_{PM}	mechanický činitel pólového krytí permanentního magnetu	[-]
α_δ	činitel pólového krytí	[-]
β	činitel zkrácení kroku vinutí	[-]
γ_{Cu}	měrná vodivost mědi	[S m ⁻¹]
δ	délka vzduchové mezery	[m]
δ''	délka vzduchové mezery zahrnující vliv otevření drážky a syčení magnetického obvodu	[m]
δ_m	délka magnetické vzduchové mezery	[m]
ΔP	chladicí výkon; celkové ztráty	[W]
Δp	plošná hustota ztrát	[W m ⁻²]
δp	ztrátové číslo elektrotechnických plechů	[W kg ⁻¹]

Δp_{ζ}	plošná hustota Joulových ztrát vnitřních čel	[W m ⁻²]
$\Delta P_{\zeta i}$	Joulovy ztráty vnitřních čel	[W]
$\Delta P_{Fe lin}$	lineární hustota ztrát v železe	[W m ⁻¹]
Δp_{Fe}	plošná hustota ztrát v železe	[W m ⁻²]
ΔP_{Fe}	ztráty v železe	[W]
Δp_j	plošná hustota Joulových ztrát	[W m ⁻²]
ΔP_{j1}	Joulovy ztráty na jednotku délky vodiče	[W m ⁻¹]
Λ	magnetická vodivost, reluktance	[H m ⁻¹]
λ	poměr mezi vnitřním a vnějším průměrem stroje	[-]
λ_{ζ}	činitel magnetické vodivosti rozptylové indukčnosti čel	[-]
λ_d	činitel magnetické vodivosti drážky	[-]
λ_{d0}	činitel magnetické vodivosti otevření drážky	[-]
λ_{d3}	činitel magnetické vodivosti aktivní části drážky	[-]
μ_0	permeabilita vakua	[H m ⁻¹]
μ_{rm}	relativní permeabilita permanentního magnetu	[-]
ν	řád prostorové harmonické	[-]
ξ	elektrická úhlová pozice	[rad; °]
ξ_0	elektrická úhlová pozice počátku pólové rozteče	[rad; °]
ρ_{Fe}	hustota železa	[kg m ⁻³]
τ_{dif}	činitel diferenčního rozptylu	[-]
Φ_{δ}	tok ve vzduchové mezeře	[Wb]
χ_m	magnetická susceptibilita magnetu	[-]
Ψ	spřažený tok	[Wb]
ω	elektrická úhlová rychlost	[rad s ⁻¹]

Obsah

1	ÚVOD	8
2	ZÁKLADNÍ PŘÍSTUP K NÁVRHU STROJŮ S AXIÁLNÍM TOKEM.....	9
2.1	OBEČNÉ POZNATKY	9
2.2	VÝKONOVÁ ROVNICE STROJE S AXIÁLNÍM TOKEM.....	14
2.2.1	<i>Přirozený přístup k odvození ekvivalentních rozměrů stroje</i>	<i>15</i>
2.2.2	<i>Matematický přístup k odvození ekvivalentních rozměrů stroje</i>	<i>16</i>
2.2.3	<i>Matematické odvození optimálních rozměrů stroje s axiálním tokem.....</i>	<i>18</i>
2.2.4	<i>Konstantní hustota ztrát</i>	<i>19</i>
2.2.5	<i>Porovnání výsledků.....</i>	<i>20</i>
2.2.6	<i>Výkonová hustota stroje s axiálním tokem</i>	<i>21</i>
2.2.6.1	<i>Vsypávané postupné vinutí</i>	<i>22</i>
2.2.6.2	<i>Zubové vinutí.....</i>	<i>23</i>
2.2.6.3	<i>Výsledný vztah pro výkonovou hustotu</i>	<i>24</i>
2.2.7	<i>Referenční návrh sady strojů s axiálním tokem.....</i>	<i>26</i>
2.2.7.1	<i>Definovaná hustota ztrát na vnitřním průměru D_i.....</i>	<i>27</i>
2.2.7.2	<i>Vliv vnitřních čel na hustotu ztrát.....</i>	<i>29</i>
2.2.8	<i>Rešerše literatury</i>	<i>31</i>
2.3	ZÁVĚREČNÉ ZHODNOCENÍ.....	33
3	ODLIŠNOSTI ELEKTROMAGNETICKÉHO NÁVRHU.....	35
3.1	DRUHY STROJŮ S AXIÁLNÍM TOKEM	36
3.1.1	<i>Počet statorů a rotorů</i>	<i>36</i>
3.1.2	<i>Počet samostatných magnetických obvodů / směr magnetického toku ve jhu.....</i>	<i>38</i>
3.1.3	<i>Uspořádání magnetického obvodu statoru.....</i>	<i>39</i>
3.1.4	<i>Vinutí statoru.....</i>	<i>41</i>
3.2	SPECIFIKA NÁVRHU JEDNOTLIVÝCH VARIANT	44
3.2.1	<i>Stroj s více vzduchovými mezerami</i>	<i>44</i>
3.2.2	<i>Stroj bez jha (Yokeless And Segmented Armature - YASA)</i>	<i>48</i>
3.2.2.1	<i>Rozptylová indukčnost drážky</i>	<i>48</i>
3.2.2.2	<i>Rozptylová indukčnost čel</i>	<i>51</i>
3.2.2.2.1	<i>Oblast vinutí</i>	<i>52</i>
3.2.2.2.2	<i>Zbývající oblast okolí statoru.....</i>	<i>53</i>
3.2.2.2.3	<i>Oblast vzduchové mezery</i>	<i>55</i>
3.2.2.2.4	<i>Výsledný činitel magnetické vodivosti čel</i>	<i>57</i>
3.2.2.3	<i>Zhodnocení.....</i>	<i>59</i>
3.2.3	<i>Stroj bez železa na statoru</i>	<i>60</i>
4	NÁVRHY STROJŮ S AXIÁLNÍM TOKEM	61
4.1	NÁVRH A OVĚŘENÍ STROJE BEZ ŽELEZA NA STATOR A PLANÁRNÍM VINUTÍM – VYBRANÉ PARTIE	62
5	ZÁVĚR	67

1 Úvod

Předmětem zkoumání axiálních strojů je především jejich porovnání se stroji radiálními na úrovni výkonové hustoty, ztrát a účinnosti. Díky své variabilitě mohou axiální stroje dosáhnout velké výkonové hustoty díky zanedbání některých částí (např. jeho statoru). Definovat všeobecně výhody axiálních strojů oproti radiálním je téměř nemožné; vždy záleží na použité aplikaci a dalších faktorech. Axiální stroje potřebují mít možnost využít vnitřní prostor stroje; např. pro zástavbu, kde stroj má tvořit pouhou „slupku“ kolem jiného zařízení, jsou naprosto nevhodné. Naopak při omezené axiální délce mohou být výhodně nasazeny, stejně jako např. při požadavku na velký moment setrvačnosti rotoru.

Stěžejním bodem dimenzování strojů s axiálním tokem je jejich tepelně ventilační výpočet a schopnost odvodu ztrátového tepla. Vzhledem k jejich konstrukci je hustota ztrát ve stroji nerovnoměrně rozložená a zvyšuje se směrem ke středu stroje. Jak méně vhodné oproti strojům s radiálním tokem se tak na první pohled jeví vodní chlazení pláštěm statoru; pro vytvoření kvalifikovaného závěru bude nutné provést detailní analýzu. Proto je tato zpráva pojata jako komplexní náhled do světa strojů s axiálním tokem se zaměřením na specifika jejich elektromagnetického návrhu.

2 Základní přístup k návrhu strojů s axiálním tokem

2.1 Obecné poznatky

Vnitřní zdánlivý výkon střídavého elektrického stroje S_i lze obecně určit jako

$$S_i = mU_i I, \quad (2.1)$$

kde m je počet fází, U_i je efektivní hodnota fázového indukovaného napětí a I je proud vinutí.

Indukované napětí je obecně definováno jako časová derivace spřaženého toku

$$u_i = \frac{d\Psi}{dt} \quad (2.2)$$

Spřažený tok je definovaný pomocí amplitudy a při uvažování jeho harmonického časového průběhu je efektivní hodnota indukovaného napětí

$$U_i = \omega \frac{\Psi}{\sqrt{2}} \quad (2.3)$$

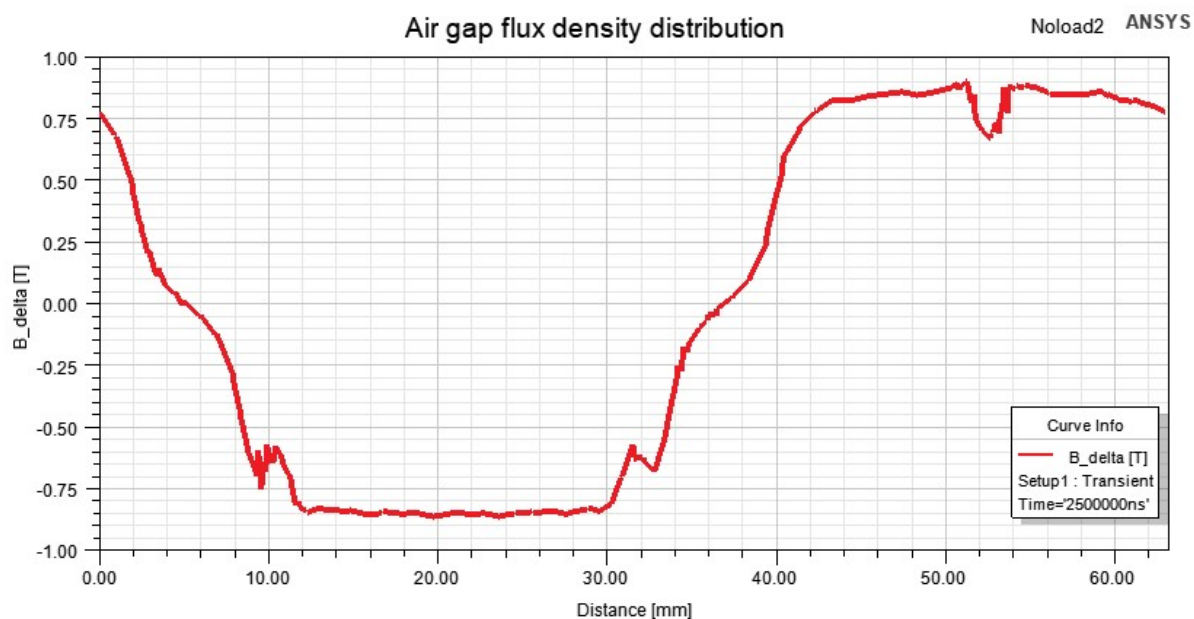
kde ω je elektrická úhlová rychlost. V synchronních strojích je často zploštěný průběh indukce ve vzduchové mezeře, který deformuje průběh spřaženého toku a hlavně indukovaného napětí. Deformace indukovaného napětí je kromě tvaru pole ve vzduchové mezeře ovlivněna také uspořádáním vinutí; postupná vinutí s velkým čitatelem počtu drážek na pól a fázi $q = n/c$ mají napětí téměř čistě harmonické i při velmi zploštělém průběhu magnetické indukce. Příklad rozložení indukce ve vzduchové mezeře $B_s(\xi)$, kde ξ je elektrická úhlová pozice, a časového průběhu spřaženého toku a indukovaného napětí pro zubové vinutí s $q = 1/2$ je zobrazen na Obr. 1 - Obr. 3.

Toto vinutí špatně potlačuje prostorové harmonické, což je patrné zejména na průběhu indukovaného napětí. Při frekvenci $f = 800$ Hz je dle (2.3) a amplitudě spřaženého toku získané z Obr. 2 teoretická hodnota indukovaného napětí

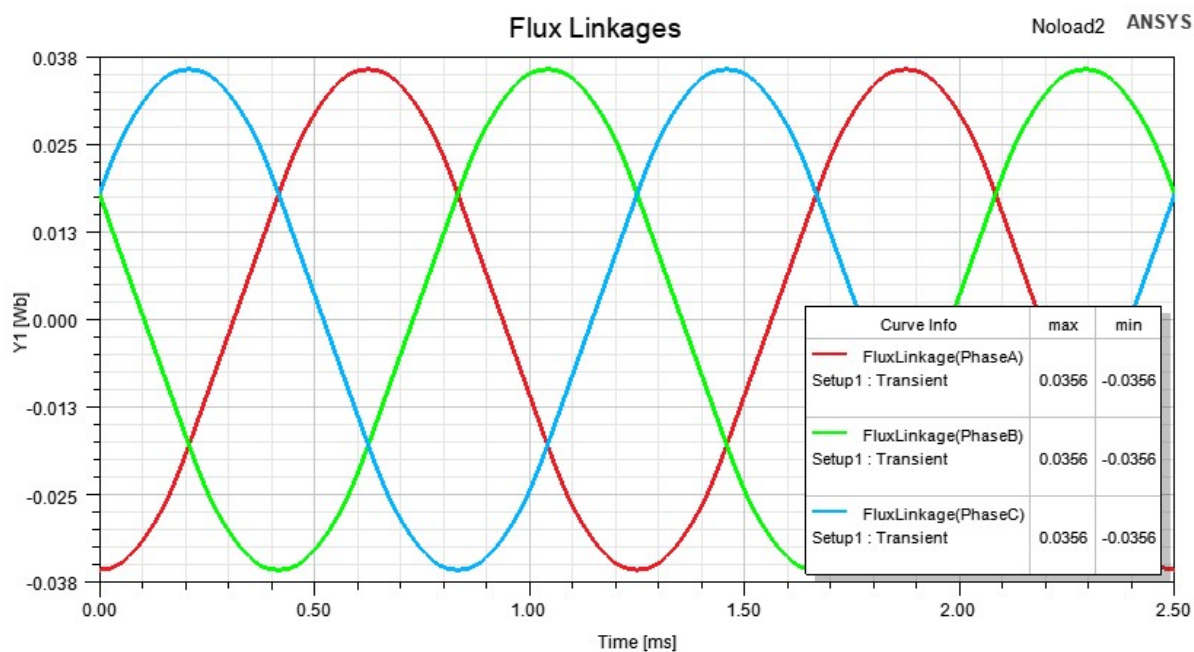
$$U_i = 2\pi f \frac{\Psi}{\sqrt{2}} = 2\pi \cdot 800 \frac{0,0356}{\sqrt{2}} = 126,5 \text{ V} \quad (2.4)$$

Hodnota určená pomocí metody konečných prvků je o 1 % vyšší. Z toho budeme předpokládat, že **rovnici (2.3) lze použít univerzálně bez ohledu na průběh indukovaného napětí***.

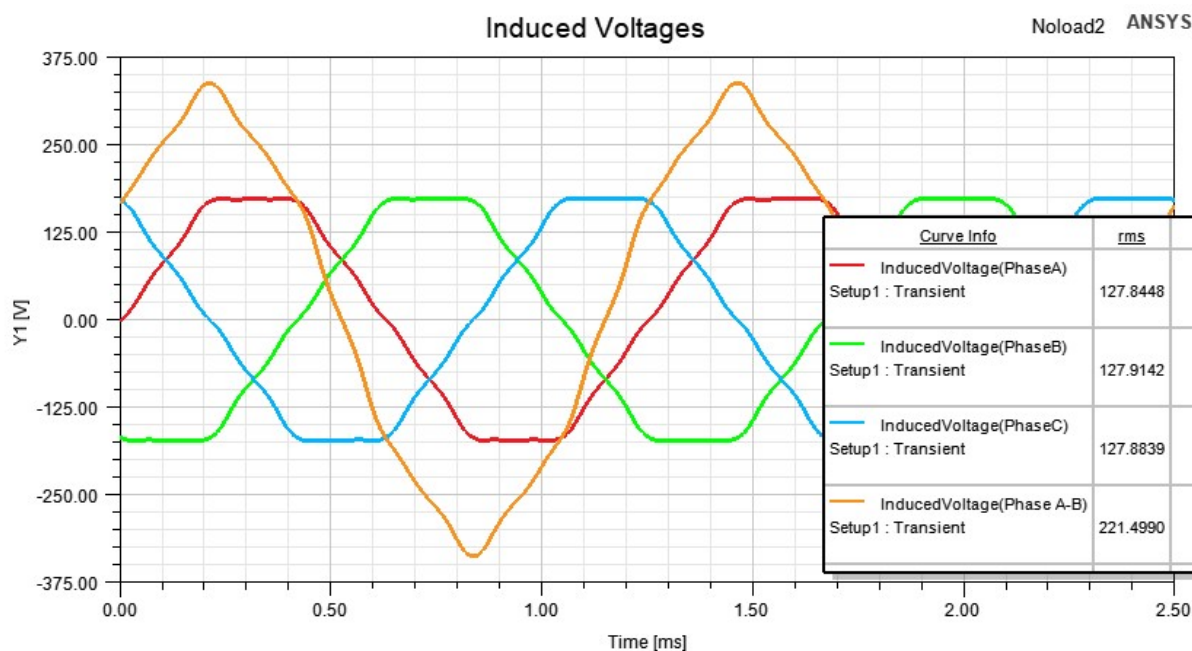
* Není možné toto tvrzení aplikovat obecně na všechny stroje a všechna konstrukční uspořádání; lze však očekávat odchylku v řádu jednotek procent, kterou je však bez potvrzení pomocí metody konečných prvků obtížné dokázat



Obr. 1: Zploštělé rozložení indukce ve vzduchové mezeře stroje s povrchovými permanentními magnety



Obr. 2: Časový průběh spráženého toku



Obr. 3: Časový průběh indukovaného napětí

Spřažený tok lze při návrhu stroje získat z magnetického toku vzduchovou mezerou na jednu pólovou rozteč Φ_δ jako

$$\Psi = k_v N_s \Phi_\delta, \quad (2.5)$$

kde k_v je činitel vinutí a N_s je počet závitů vinutí v sérii. Činitel vinutí lze pro každou prostorovou harmonickou složku analyticky určit [1]. S výhodou jej lze dle jeho definice použít pro výpočet indukovaného napětí v asynchronních strojích; magnetický tok je zde statorovým napětím vybuzen.

Ve strojích synchronních je magnetické pole vybuzené rotorovým buzením (elektrické / permanentní magnety) a velikost spřaženého toku a indukovaného napětí do statoru nezáleží pouze na uspořádání vinutí, ale také na tvaru pole ve vzduchové mezeře. Tento jev je výrazný pro stroje s postupným vinutím a narazil jsem na něj při návrhu generátoru s permanentními magnety pro společnost TES Vsetín s.r.o. [2].

Jako příklad lze uvést třífázové dvouvrstvé ($2u = 2$) zlomkové vinutí s počtem drážek na pól a fázi $q = 5/2$. Jeho činitel rozlohy je

$$k_r = \frac{\sin \frac{\pi}{2m}}{n \sin \frac{\pi}{2mn}} = \frac{\sin \frac{\pi}{2 \cdot 3}}{5 \cdot \sin \frac{\pi}{2 \cdot 3 \cdot 5}} = 0,957 \quad (2.6)$$

Pólová rozteč v počtu drážek t_{pd} je rovna

$$t_{pd} = mq = 3 \cdot 2,5 = 7,5 \quad (2.7)$$

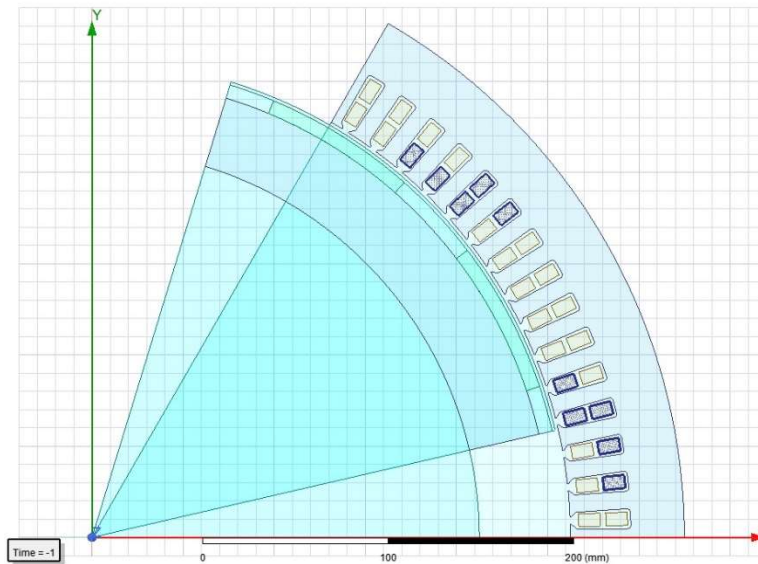
V úvahu přichází krok vinutí v počtu drážek $y_{1d} = 6$ nebo 7. Činitel koku vinutí k_y pro jednotlivé kroky vinutí je roven

$$k_y = \sin \frac{y_{1d} \pi}{t_{pd} 2} = \begin{cases} \sin \frac{6}{7,5} \cdot \frac{\pi}{2} = 0,951 & ; y_{1d} = 6 \\ \sin \frac{7}{7,5} \cdot \frac{\pi}{2} = 0,994 & ; y_{1d} = 7 \end{cases} \quad (2.8)$$

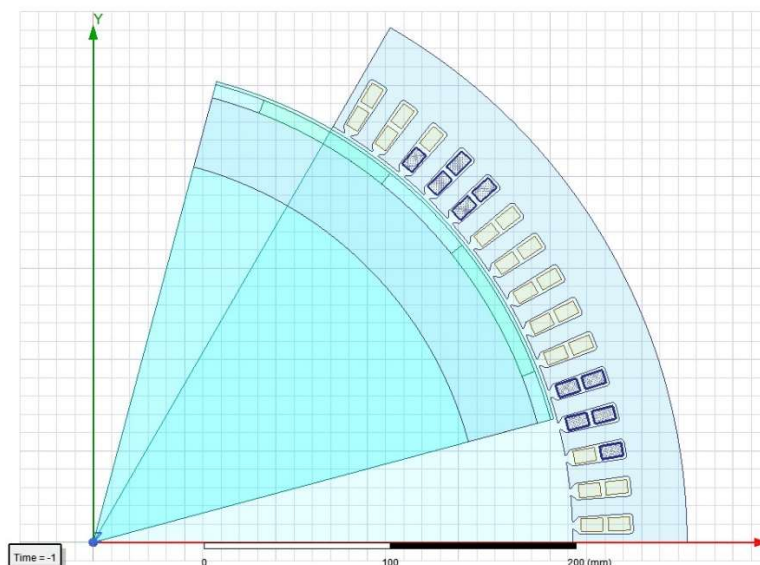
a činitel vinutí má hodnotu

$$k_v = k_r k_y = \begin{cases} 0,957 \cdot 0,951 = 0,910 & ; y_{1d} = 6 \\ 0,957 \cdot 0,994 = 0,951 & ; y_{1d} = 7 \end{cases} \quad (2.9)$$

Z návrhu stroje vychází mechanický činitel pólového krytí permanentního magnetu α_{PM} v rozmezí 0,6 – 0,65 pro oba činitele kroku vinutí. Pohledem na geometrii stroje s vyznačenými dvěma skupinami cívkových stran jedné fáze (Obr. 4, Obr. 5) je patrné, že z pohledu velikosti toku spřaženého s vinutím Ψ bude mít činitel vinutí určený na základě (2.5) větší hodnotu, než obdrženy pomocí rovnice (2.9). Dle MKP modelu vychází činitel vinutí 0,95 pro $y_{1d} = 6$ a 0,99 pro $y_{1d} = 7$. Tyto rozdíly způsobovaly nezanedbatelný rozdíl ve velikosti indukovaného napětí a zejména výsledného účinku při návrhu synchronního generátoru.



Obr. 4: Souosá poloha magnetu a dvou skupin cívkových stran s krokem vinutí $y_{1d} = 6$



Obr. 5: Souosá poloha magnetu a dvou skupin cívkových stran s krokem vinutí $y_{1d} = 7$

Tok ve vzduchové mezeře je možné u stroje s radiálním tokem určit jako

$$\Phi_{\delta} = \alpha_{\delta} B_{\delta} t_p l_{Fe} , \quad (2.10)$$

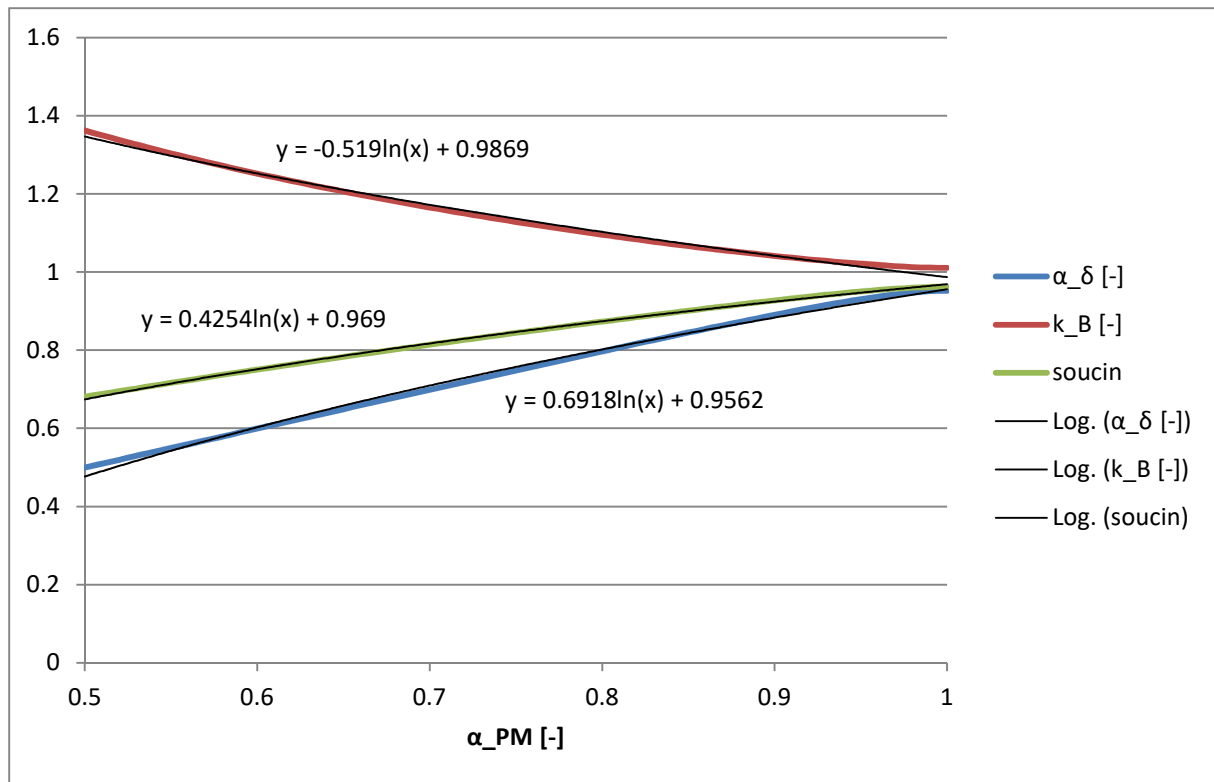
kde α_{δ} je činitel pólového krytí magnetického pole ve vzduchové mezeře, B_{δ} je amplituda indukce ve vzduchové mezeře, l_{Fe} je délka paketu a t_p je pólová rozteč definovaná jako

$$t_p = \frac{\pi D_1}{2p} , \quad (2.11)$$

kde D_1 je průměr vrtání statoru a $2p$ je počet pólů stroje.

Činitel pólového krytí je definovaný jako poměr mezi efektivní a maximální hodnotou průběhu. Pro stroje s povrchovými permanentními magnety je tato hodnota blízká mechanickému činiteli pólového krytí α_{PM} . S tímto koeficientem se často pojí činitel tvaru pole k_B definovaný jako poměr mezi efektivní a střední hodnotou průběhu indukce ve vzduchové mezeře.

Na základě analytických rovnic popisujících tvar pole ve vzduchové mezeře [3] byl proveden hromadný výpočet činitelů α_{δ} a k_B pro různé mechanické krytí magnetu α_{PM} při uvažování radiálně magnetovaných magnetů. Získané hodnoty lze aproximovat (Obr. 6) a výsledné vztahy použít při analytickém návrhu stroje.



Obr. 6: Závislost činitelů opisujících tvar pole ve vzduchové mezeře na pólovém krytí permanentního magnetu

Postupným dosazením lze indukované napětí vyskytující se v (2.1) vyjádřit jako

$$U_i = 2\pi f \frac{1}{\sqrt{2}} k_v N_s \alpha_\delta B_\delta t_p l_{Fe} \quad (2.12)$$

Při dimenzování magnetického obvodu je výhodné definovat lineární obvodovou proudovou hustotu jako

$$A = \frac{\Sigma I}{\pi D_1} = \frac{2m N_s I}{\pi D_1} \quad (2.13)$$

Vyjádřením proudu a dosazením společně s vyjádřením frekvence ze synchronních otáček stroje jako $f = p \cdot n / 60$ a rovnic (2.11) a (2.12) do (2.1) lze obdržet vztah

$$S_i = m 2\pi p \frac{n}{60} \frac{1}{\sqrt{2}} k_v N_s \alpha_\delta B_\delta \frac{\pi D_1}{2p} l_{Fe} \frac{A \pi D_1}{2m N_s} = \frac{\pi^3}{120\sqrt{2}} \alpha_\delta A B_\delta k_v D_1^2 l_{Fe} n \quad (2.14)$$

Zavedením Essonova činitele elektromagnetického využití stroje jako

$$C = \frac{\pi^3}{120\sqrt{2}} \alpha_\delta A B_\delta k_v \quad (2.15)$$

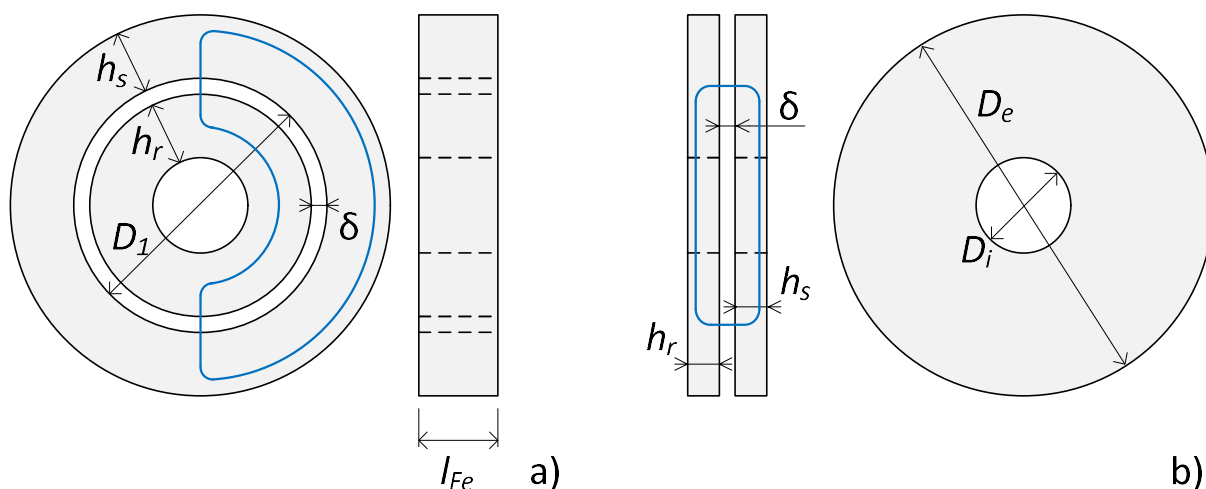
získáme nejčastěji používaný tvar výkonové rovnice pro stroje s radiálním směrem toku

$$S_i = C D_1^2 l_{Fe} n \quad (2.16)$$

2.2 Výkonová rovnice stroje s axiálním tokem

Analogie mezi strojem s radiálním a axiálním tokem je zobrazena na Obr. 7. Na obrázku je naznačena siločára dvupólového stroje určující směr magnetického toku a základní rozměry

definující zástavbu stroje (h_s a h_r jsou výška statoru a rotoru, D_e a D_i vnější a vnitřní průměr magnetického obvodu).



Obr. 7: Principiální schéma stroje s radiálním tokem (a) a s axiálním tokem (b) se stejnými vnějšími rozměry.

Tok ve vzduchové mezeře stroje s axiálním tokem lze z rozměrů na Obr. 7 určit jako

$$\Phi_{\delta} = \alpha_{\delta} B_{\delta} \frac{\pi \left(\frac{D_e^2}{4} - \frac{D_i^2}{4} \right)}{2p} = \alpha_{\delta} B_{\delta} \frac{\pi (D_e^2 - D_i^2)}{8p} \quad (2.17)$$

V cylindrickém souřadném systému je indukce ve vzduchové mezeře závislá na úhlové pozici ξ (stejně jako u stroje s radiálním tokem), ale také na poloměru $B_{\delta} = f(\xi, r)$. Pro správné určení hodnoty činitele pólového krytí je nutné znát střední hodnotu indukce ve vzduchové mezeře:

$$\alpha_{\delta} = \frac{1}{B_{\delta}} \frac{1}{\pi (D_e^2 - D_i^2)} \int_{\xi_0}^{\xi_0 + \pi} \int_{\frac{D_i}{2}}^{\frac{D_e}{2}} r \cdot B_{\delta}(\xi, r) dr d\xi \quad (2.18)$$

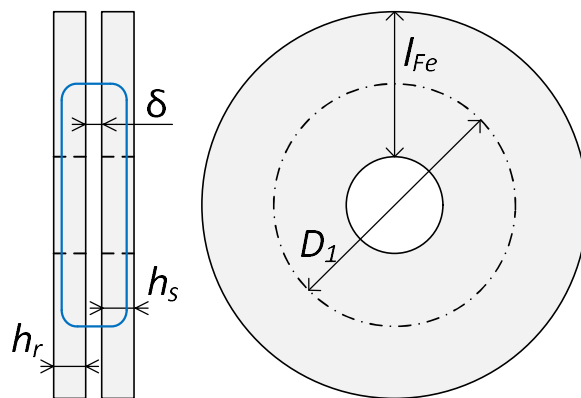
Úhel ξ_0 je elektrická pozice počátku pólové rozteče.

Při dalším postupu srovnání stroje s radiálním a axiálním tokem se lze držet dvou odlišných přístupů: přirozeného a matematického.

2.2.1 Přirozený přístup k odvození ekvivalentních rozměrů stroje

Při pohledu na uspořádání stroje, směr toku a rovnici (2.17) je možné ekvivalentní průměr D_1 a délku paketu l_{Fe} definovat jako (viz Obr. 8)

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{(D_e + D_i)}{2} \\ l_{Fe} &= \frac{(D_e - D_i)}{2} \end{aligned} \quad (2.19)$$



Obr. 8: Ekvivalentní rozměry stroje s axiálním tokem

Tato definice rozměrů přirozeně vyplývá ze směru magnetického toku a lze ji jednoduše potvrdit dosazením do (2.17):

$$\Phi_{\delta} = \alpha_{\delta} B_{\delta} \frac{\pi(D_e + D_i)(D_e - D_i)}{8p} = \alpha_{\delta} B_{\delta} \frac{\pi D_1}{2p} l_{Fe} = \alpha_{\delta} B_{\delta} t_p l_{Fe} \quad (2.20)$$

Střední hodnota lineární obvodové proudové hustoty je určena jako

$$A = \frac{\Sigma I}{\pi D_1} = \frac{4mN_s I}{\pi(D_e + D_i)} \quad (2.21)$$

Dosazením (2.19) do (2.16) lze odvodit výkonovou rovnici stroje s axiálním tokem

$$S_i = C \frac{(D_e + D_i)^2 (D_e - D_i)}{8} n \quad (2.22)$$

2.2.2 Matematický přístup k odvození ekvivalentních rozměrů stroje

Postup popsáný v minulé kapitole vychází z přirozeného lineárního vnímání a dává smysl i při dalších výpočtech v porovnání se stroji s radiálním tokem (velikost toku, délka vodiče v drážce apod.)

V axiálním stroji je však lineární obvodová proudová hustota proměnná, definovaná dle (2.13), kde jmenovitý průměr D_1 je však nahrazen v rozsahu $D \in \langle D_i; D_e \rangle$. Součet všech proudů po obvodu stroje je vždy konstantní, nezávislý na průměru, na kterém je určen. Obvodová proudová hustota se tak mění s průměrem D , respektive poloměrem r . Střední hodnota lineární obvodové proudové hustoty je určena pomocí integrálu

$$A = \frac{1}{\frac{D_e}{2} - \frac{D_i}{2}} \int_{\frac{D_i}{2}}^{\frac{D_e}{2}} \frac{\Sigma I}{2\pi r} dr = \frac{\Sigma I}{\pi(D_e - D_i)} [\ln r]_{\frac{D_i}{2}}^{\frac{D_e}{2}} = \frac{\ln \frac{D_e}{D_i}}{\pi(D_e - D_i)} \cdot 2mN_s I \quad (2.23)$$

Stejně tak jako u stroje s radiálním tokem, i zde je možné dosadit do rovnice pro vnitřní zdánlivý výkon. Za tok ve vzduchové mezeře a proud však je dosazeno z (2.17) (2.23):

$$\begin{aligned}
S_i &= m2\pi p \frac{n}{60} \frac{1}{\sqrt{2}} k_v N_s \alpha_\delta B_\delta \frac{\pi(D_e^2 - D_i^2)}{8p} A \frac{\pi(D_e - D_i)}{2mN_s \cdot \ln \frac{D_e}{D_i}} = \\
&= \frac{\pi^3}{120\sqrt{2}} \alpha_\delta A B_\delta k_v \frac{D_e + D_i}{4} \frac{(D_e - D_i)^2}{\ln \frac{D_e}{D_i}} n = C \frac{D_e + D_i}{4} \frac{(D_e - D_i)^2}{\ln \frac{D_e}{D_i}} n
\end{aligned} \tag{2.24}$$

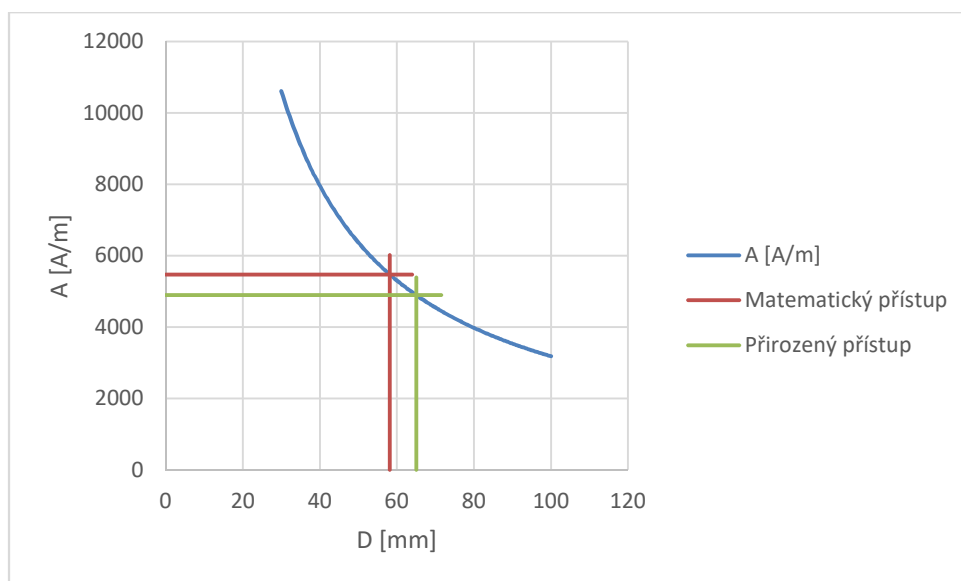
Průměr D_A , na kterém má lineární obvodová proudová hustota svoji střední hodnotu, lze získat porovnáním rovnic (2.13) a (2.23) ve tvaru

$$D_A = \frac{(D_e - D_i)}{\ln \frac{D_e}{D_i}} \tag{2.25}$$

Rovnice (2.20) obdržená přirozeným přístupem dává smysl také matematicky; definici průměru D_1 a délky l_{Fe} je tak možné zachovat dle (2.19) a výkonová rovnice odvozená tímto matematickým přístupem má tvar

$$S_i = C D_1 D_A l_{Fe} n \tag{2.26}$$

Rozdíl v obou definicích ekvivalentní obvodové proudové hustoty (2.21) a (2.23) je patrný z grafu na Obr. 9. Součet proudů je zvolen $\Sigma I = 1000$ A a vnější a vnitřní průměr stroje $D_e = 100$ mm a $D_i = 30$ mm. U obou přístupů je dosažena rozdílná ekvivalentní obvodová proudová hustota, které odpovídá rozdílný ekvivalentní průměr stroje.



Obr. 9: Porovnání středního průměru D_A a D_1 a příslušné hodnoty lineární obvodové proudové hustoty

Definice průměru D_A je založena na porovnání (2.13) a (2.23). Z toho důvodu je patrné, že při stejném součtu proudu po obvodu stroje ΣI bude dosaženo stejného výkonu na základě výkonové rovnice. Naopak při návrhu stroje a prvotní volbě obvodové proudové hustoty je dosaženo odlišného proudu a výkonu. Oba přístupy také mají vliv na matematické odvození ideálního poměru rozměrů stroje.

2.2.3 Matematické odvození optimálních rozměrů stroje s axiálním tokem

Stroje s radiálním tokem jsou definovány průměrem D_1 a délkou l_{Fe} a je možné určit vztah mezi těmito veličinami jako štíhlostní poměr λ (přesněji je to poměr mezi délkou paketu a pólovou roztečí). Existují definované ideální hodnoty štíhlostního poměru, např. v [4].

V teorii strojů s axiálním tokem je často zaveden obdobný činitel λ jako poměr mezi vnitřním a vnějším průměrem stroje

$$\lambda = \frac{D_i}{D_e} \quad (2.27)$$

Substitucí za vnitřní průměr stroje v (2.22) a (2.24) lze upravit výkonové rovnice do tvaru

$$\begin{aligned} S_i &= C \frac{(D_e + \lambda D_e)^2 (D_e - \lambda D_e)}{8} n = C \frac{D_e^3}{8} (1 + \lambda)^2 (1 - \lambda) n = \\ &= C \frac{D_e^3}{8} (1 - \lambda^2) (1 + \lambda) n \end{aligned} \quad (2.28)$$

pro přirozený přístup k odvození výkonové rovnice a

$$\begin{aligned} S_i &= C \frac{D_e + \lambda D_e}{4} \frac{(D_e - \lambda D_e)^2}{\ln \frac{1}{\lambda}} n = C \frac{D_e^3}{4} \frac{(1 + \lambda)(1 - \lambda)^2}{\ln \frac{1}{\lambda}} n = \\ &= C \frac{D_e^3}{4} \frac{(1 - \lambda^2)(1 - \lambda)}{\ln \frac{1}{\lambda}} n \end{aligned} \quad (2.29)$$

pro matematicky odvozené rozměry stroje. Pro pevně zvolený vnější průměr stroje je jedinou proměnnou v obou rovnicích činitel λ ; je tedy možné matematicky určit maximální možnou hodnotu vnitřního výkonu stroje pomocí nalezení extrému funkce $S_i = f(\lambda)$. Derivací (2.28) lze obdržet rovnici

$$\frac{\partial S_i}{\partial \lambda} = C \frac{D_e^3}{8} n [2(1 + \lambda)(1 - \lambda) - (1 + \lambda)^2] = 0, \quad (2.30)$$

kterou je možné upravit do kvadratické rovnice

$$3\lambda^2 + 2\lambda - 1 = 0, \quad (2.31)$$

jejíž jediné fyzikálně reálné řešení ($\lambda > 0$) je

$$\lambda = \frac{1}{3} \quad (2.32)$$

Obdobně lze položit rovnou nule derivaci rovnice (2.29):

$$\frac{\partial S_i}{\partial \lambda} = C \frac{D_e^3}{4} n \cdot (-1) \frac{[(1 - \lambda)^2 - 2(1 + \lambda)(1 - \lambda)] \ln \lambda - (1 + \lambda)(1 - \lambda)^2 \frac{1}{\lambda}}{(\ln \lambda)^2} = 0 \quad (2.33)$$

Matematická podmínka řešitelnosti je fyzikálně splněna ($\lambda \neq 1$) a rovnici lze upravit do tvaru

$$(1 + 3\lambda) \ln \lambda + \frac{1}{\lambda} - \lambda = 0 \quad (2.34)$$

Tato nelineární rovnice je vyřešena numericky s jediným platným řešením

$$\lambda \doteq 0,42 \quad (2.35)$$

Pomocí obou přístupů bylo dosaženo odlišných hodnot optimální hodnoty činitele λ . Jeho hodnota je však založena na předpokladu neměnného využití stroje, které je definované střední hodnotou lineární obvodové proudové hustoty A a indukce ve vzduchové mezeře B_δ .

2.2.4 Konstantní hustota ztrát

Pro možnosti přímého porovnání strojů s různými rozměry (myšleno s rozměry měnicími se maximálně v řádu jednotek až desítek procent) je nutné porovnávat stroje se stejnou hustotou ztrát, respektive stejnou schopností ztráty vzniklé ve stroji uchládit. Pro toto porovnání jsou zavedeny následující předpoklady:

- Vnější průměr stroje D_e , jeho axiální délka a průřezy jednotlivých částí (jho, zub, drážka) jsou konstantní (resp. konstantní pro průměr D_e , pokud jsou proměnné s průměrem)
- Magnetický obvod je dimenzován na neměnnou indukci ve vzduchové mezeře B_δ a elektrický obvod na neměnnou proudovou hustotu J
- Rychlost stroje n je konstantní
- Chladicí podmínky stroje jsou neměnné (druh chlazení, konstanty přenosu tepla apod.)

Jedinou proměnnou tak zůstává vnitřní průměr stroje D_i , respektive poměr λ . Chladicí výkon stroje je přímo úměrný jeho chladicí ploše. Při proměnném poměru λ lze tak zavést úměru mezi chladicím výkonem ΔP (rovný celkových ztrátám) a plochou stroje

$$\Delta P \approx \pi(D_e^2 - D_i^2) \approx \pi D_e^2(1 - \lambda^2) \approx 1 - \lambda^2 \quad (2.36)$$

Při uvažování pouze ztrát v železe a Joulových ztrát ve vinutí lze definovat podobnou úměru pro obě složky ztrát. Ztráty v železe jsou úměrné celkovému magnetickému toku, tudíž

$$\Delta P_{Fe} \approx B_\delta \pi \frac{(D_e^2 - D_i^2)}{2p} \approx \pi D_e^2(1 - \lambda^2) \approx 1 - \lambda^2 \quad (2.37)$$

Pro konstantní indukci ve vzduchové mezeře tak lze předpokládat, že ztráty v železe rostou přímo úměrně s ochlazovacím výkonem stroje a že jsou rovnoměrně rozloženy po celé ochlazovací ploše.

Hustota Joulových ztrát je ve stroji rozdělena nerovnoměrně; s klesajícím průměrem stroje tato hustota roste. Lze tak předpokládat největší nároky na chlazení stroje a zároveň nejvyšší oteplení stroje na průměru D_i . Dle [4], [5] lze Joulovy ztráty definovat pomocí součinu lineární obvodové proudové hustoty A a proudové hustoty vodičů J . Lze tak definovat mezní plošnou hustotu Joulových ztrát na průměru D_i a její úměru

$$\Delta p_j \approx A_i J, \quad (2.38)$$

kde A_i je lineární obvodová proudová hustota na vnitřním průměru stroje definována jako

$$A_i = \frac{2mN_s I}{\pi D_i} = \frac{2mN_s I}{\pi \lambda D_e} \quad (2.39)$$

Velikost proudu je tak úměrná

$$I \approx \frac{\pi \lambda D_e}{2mN_s} \frac{\Delta p_j}{J} \quad (2.40)$$

Úměru výkonové rovnice lze odvodit obdobně jako v (2.24), kdy však za proud I je dosazeno z (2.40):

$$\begin{aligned}
S_i &\approx m2\pi p \frac{n}{60} \frac{1}{\sqrt{2}} k_v N_s \alpha_\delta B_\delta \frac{\pi D_e^2 (1 - \lambda^2)}{8p} \frac{\pi \lambda D_e}{2mN_s} \frac{\Delta p_j}{J} \approx \\
&= \frac{\pi^3}{120\sqrt{2}} k_v \alpha_\delta B_\delta \frac{D_e^3}{4} \lambda (1 - \lambda^2) \frac{\Delta p_j}{J} n \approx \lambda (1 - \lambda^2)
\end{aligned} \tag{2.41}$$

Maximální hodnotu výkonu v závislosti na poměru λ obdržíme pro

$$\frac{\partial S_i}{\partial \lambda} \approx 1 - 3\lambda^2 = 0, \tag{2.42}$$

tedy

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \doteq 0,577 \tag{2.43}$$

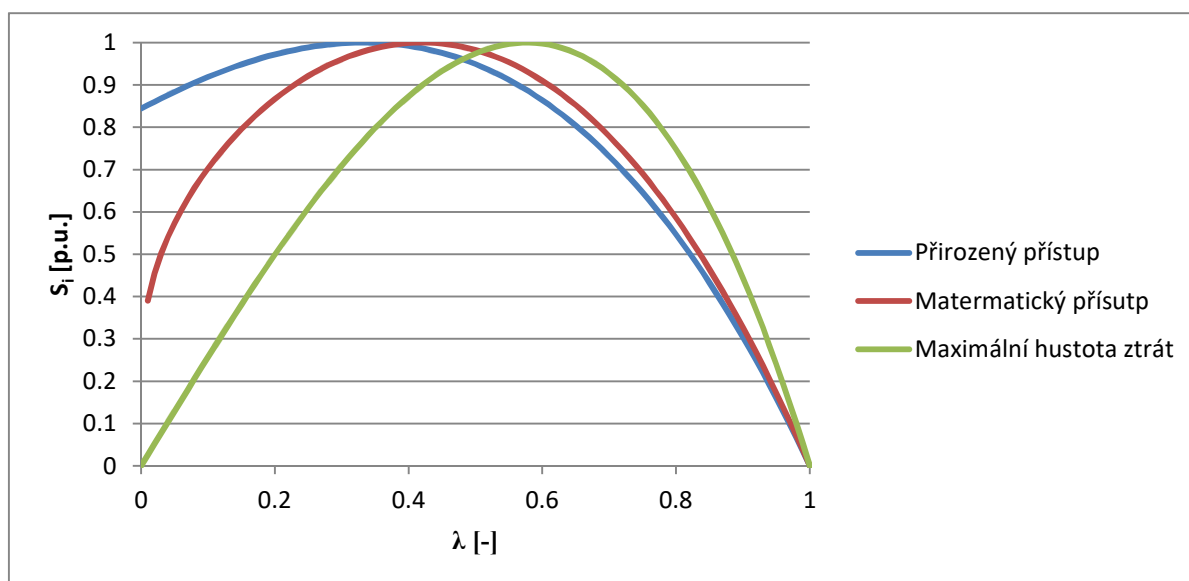
2.2.5 Porovnání výsledků

V Tab. 1 jsou shrnuty úměry zdánlivého výkonu k poměru λ obdržené pomocí všech tří přístupů včetně hodnoty poměru λ pro maximální výkon. Přirozený i matematický přístup vycházejí z odvozené střední hodnoty lineární obvodové proudové hustoty, kdy matematický přístup je ten správný z těchto dvou. Lineární obvodová proudová hustota se však mění s průměrem; při malých hodnotách poměru λ dochází k jejímu velkému nárůstu směrem ke středu stroje oproti střední hodnotě; z tohoto pohledu je **vhodné dimenzovat axiální stroj dle vnitřního průměru D_i** .

Tab. 1: Porovnání rovnic popisujících závislost výkonu na poměru λ

Přístup	$S_i \sim$	$\lambda \sim S_{imax}$
Přirozený	$(1 + \lambda)(1 - \lambda^2)$	$\frac{1}{3} \doteq 0,33$
Matematický	$\frac{(1 - \lambda)(1 - \lambda^2)}{\ln \frac{1}{\lambda}}$	0,42
Maximální hustota ztrát	$\lambda(1 - \lambda^2)$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \doteq 0,577$

Na Obr. 10 je zobrazeno porovnání z Tab. 1 formou grafů. Pro zobrazení ve stejném měřítku jsou průběhy normovány a vztaženy k jejich maximální hodnotě. Největší rozdíl v průbězích nastává v oblasti malého poměru λ . Přirozený přístup je z tohoto pohledu nepoužitelný. Odvozený matematický přístup se více blíží realitě, nicméně stále nerespektuje zvýšení hustoty ztrát směrem k vnitřnímu průměru stroje.



Obr. 10: Normované porovnání závislosti výkonu na poměru λ

2.2.6 Výkonová hustota stroje s axiálním tokem

Dosavadní výpočty byly prováděny pro definovaný neměnný vnější průměr D_e , axiální délku stroje i podélný řez stroje. Tím lze definovat úměru mezi hmotností aktivní části stroje m_a a poměrem λ pomocí plochy vzduchové mezery jako

$$m_a \approx \pi(D_e^2 - D_i^2) \approx 1 - \lambda^2 \quad (2.44)$$

Použitím tohoto vztahu pro určení výkonové hustoty stroje bychom však obdrželi neustále rostoucí charakteristiku, která neodpovídá reálnému stroji. Z toho důvodu je nutné k hmotnosti aktivní části stroje přičíst hmotnost dalších, neaktivních, částí. V elektromagneticky aktivní oblasti stroje se dle druhu stroje nachází magnetický obvod, drážková část vinutí, permanentní magnety, budicí vinutí, tyče klece nakrátko apod. Neaktivní částí elektromagnetického obvodu jsou čela všech vinutí, která se ve stroji nachází (včetně kruhu nakrátko apod.). Pro určení výkonové hustoty (při zanedbání konstrukčních prvků) je tak nutné zahrnout všechny prvky elektrického i magnetického obvodu. Tento výpočet hmotnosti závisí na mnoha faktorech, jako jsou druh stroje, druh vinutí, počet pólů, krok vinutí, uspořádání stroje, ale také relativně subjektivní faktory jako určení provozu stroje či návrhové zvyklosti výrobce, se kterými je úzce spjatý poměr mezi mědí a železem v rámci řezu strojem.

V následujícím textu bude naznačen výpočet výkonové hustoty strojů s permanentními magnety; u těchto strojů se nachází vinutí pouze na statoru (statorů však může být více). Poměr mezi hmotností aktivní části vinutí (drážková část) m_{Cud} a celkovou hmotností aktivní části stroje m_a lze definovat pomocí činitele K_{Cud} . Tento činitel dosahuje dle zkušeností hodnot **0,05 – 0,2** (možné dosáhnout vyšší hodnoty pro uspořádání s více statory nebo bez jha). Hmotnost celého vinutí je pak součtem drážkové části a obou čel. Poměr mezi hmotností čel vinutí a hmotností drážkové části $K_{\check{d}}$ je definovaný na základě poměru délek jako

$$K_{\check{c}d} = \frac{l_{\check{c}e} + l_{\check{c}i}}{2l_{Fe}} \quad (2.45)$$

kde $l_{\check{c}e}$ a $l_{\check{c}i}$ jsou délky vnějšího a vnitřního čela. Délka drážkové části je definována v rovnici (2.19). Délky čel jsou obecně přímo úměrné šířce cívky b_c^+ , tedy

$$l_{\check{c}} = k_{\check{c}} b_c \quad (2.46)$$

Šířka cívky je pro stroje s axiálním tokem proměnná a lze ji obecně zapsat jako

$$b_c = \beta t_p = \beta \frac{\pi D}{2p}, \quad (2.47)$$

kde β je činitel zkrácení kroku vinutí. Délku vnějšího a vnitřního čela lze tak definovat jako

$$\begin{aligned} l_{\check{c}e} &= k_{\check{c}} \beta \frac{\pi D_e}{2p} \\ l_{\check{c}i} &= k_{\check{c}} \beta \frac{\pi \lambda D_e}{2p} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Poměr $K_{\check{c}d}$ lze pak upravit

$$K_{\check{c}d} = \frac{k_{\check{c}} \beta \frac{\pi D_e}{2p} + k_{\check{c}} \beta \frac{\pi \lambda D_e}{2p}}{2 \frac{(D_e - D_i)}{2}} = k_{\check{c}} \frac{\beta \pi}{2p} \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \quad (2.49)$$

Velikost činitele $k_{\check{c}}$ bude určena pro vsypávané postupné vinutí a pro zubové vinutí (nezávisle na technologii vinutí).

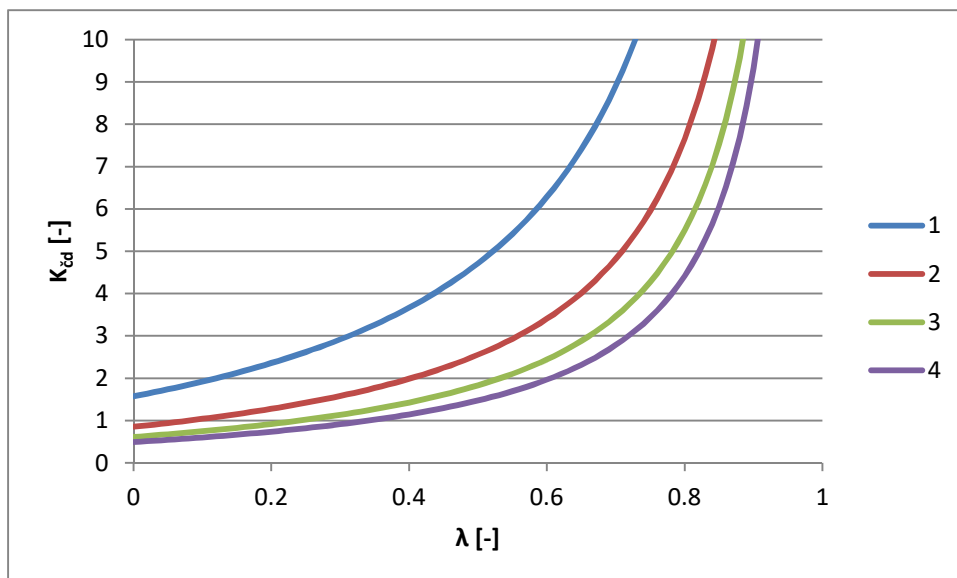
2.2.6.1 Vsypávané postupné vinutí

V případě vsypávaného vinutí lze vycházet z empirických vztahů pro stroje s radiálním směrem toku (viz [4]). Činitel $k_{\check{c}}$ je zde definován empiricky jako

$$k_{\check{c}} = \begin{cases} 1,2 & p = 1 \\ 1,3 & p = 2 \\ 1,4 & p = 3 \\ 1,5 & p \geq 4 \end{cases} \quad (2.50)$$

Výsledný činitel $K_{\check{c}d}$ závisí také na počtu pólů a činiteli zkrácení kroku β . Pro potlačení vlivu vyšších harmonických se u třífázového vinutí často používá $\beta = 5/6$. Pro tuto hodnotu a různé počty pólů je vykreslena hodnota činitele $K_{\check{c}d}$ na Obr. 11.

⁺ Délka vyložení drážky je pro tyto účely zanedbána



Obr. 11: Závislost činitele $K_{\delta d}$ na poměru λ pro různé počty pólů vsypávaného postupného vinutí a činitel zkrácení kroku $\beta = 5/6$

2.2.6.2 Zubové vinutí

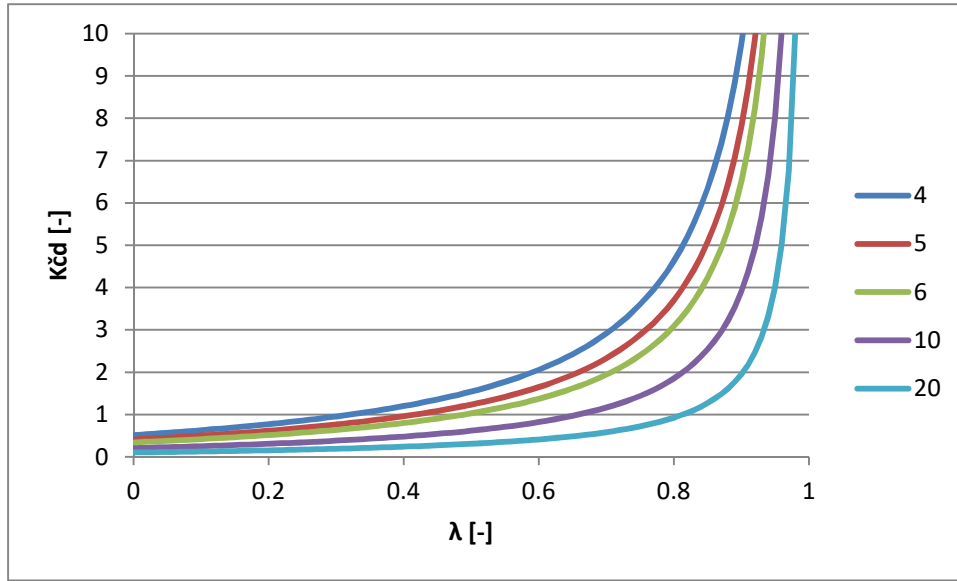
U zubového vinutí je možné tvar čel vinutí považovat za půlkružnici o průměru odpovídajícímu šířce cívky b_c . Délka čela je tak rovna

$$l_{\zeta} = \frac{\pi}{2} b_c \quad (2.51)$$

A činitel k_{ζ} má tak hodnotu

$$k_{\zeta} = \frac{\pi}{2} \quad (2.52)$$

Činitel zkrácení kroku β je u zubových vinutí obtížné volit; např. pro nejčastěji používané zubové vinutí ($m = 3$, $q = 1/2$) je činitel zkrácení kroku $\beta = 2/3$. Přesto je pro možnost porovnání se vsypávaným vinutím zvolena hodnota $\beta = 5/6$. Pro tuto hodnotu a různé počty pólů je vykreslena hodnota činitele $K_{\delta d}$ na Obr. 12. U strojů s axiálním tokem a zubovým vinutím lze předpokládat vícepólový stroj ($p \geq 4$). Pro menší počet pólů lze použít vztahy platné pro vsypávané vinutí.



Obr. 12: Závislost činitele K_{cd} na poměru λ pro různé počty pól párů zubového vinutí a činitel zkrácení kroku $\beta = 5/6$

2.2.6.3 Výsledný vztah pro výkonovou hustotu

Při znalosti hmotnosti drážkové části vinutí m_{cud} lze celkovou hmotnost vinutí určit jako

$$m_{cu} = m_{cud}(1 + K_{cd}) = m_{cud} \left(1 + k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \right) \quad (2.53)$$

Celková hmotnost stroje (elektromagnetického obvodu) je tedy úměrná

$$\begin{aligned} m &= m_a + m_a K_{cud} K_{cd} = m_a \left(1 + K_{cud} k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \right) \\ &\approx (1 - \lambda^2) \left(1 + K_{cud} k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \right) \end{aligned} \quad (2.54)$$

a při uvažování vztahu pro výkon stroje definovaného pomocí maximální hustoty ztrát bude výkonová hustota

$$s_i = \frac{S_i}{m} \approx \frac{\lambda(1 - \lambda^2)}{(1 - \lambda^2) \left(1 + K_{cud} k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \right)} = \frac{\lambda}{\left(1 + K_{cud} k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \right)} \quad (2.55)$$

Hodnotu činitele λ pro největší výkonovou hustotu lze odvodit jako

$$\begin{aligned} \frac{\partial s_i}{\partial \lambda} &\approx \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{\lambda}{\left(1 + K_{cud} k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \right)} \right] = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{\lambda - \lambda^2}{1 - \lambda + K_{cud} k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} (1 + \lambda)} \right] = \\ &= \frac{(1 - 2\lambda) \left[1 - \lambda + K_{cud} k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} (1 + \lambda) \right] - (\lambda - \lambda^2) \left(-1 + K_{cud} k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} \right)}{\left[1 - \lambda + K_{cud} k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} (1 + \lambda) \right]^2} = 0 \end{aligned} \quad (2.56)$$

Aby byla splněna podmínka řešitelnosti, musí platit podmínka

$$\lambda \neq \frac{1 + K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}}{1 - K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}} \quad (2.57)$$

Tento zlomek nikdy neleží v intervalu (0; 1), tudíž podmínka je splněna pro všechny fyzicky dosažitelné hodnoty λ . Rovnici (2.56) lze upravit do tvaru

$$\left(1 - K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}\right) \lambda^2 - 2 \left(1 + K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}\right) \lambda + 1 + K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} = 0 \quad (2.58)$$

Pro řešení této kvadratické rovnice je vhodné nejprve určit diskriminant:

$$\begin{aligned} D &= 4 \left(1 + K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}\right)^2 - 4 \left(1 - K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}\right) \left(1 + K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}\right) = \\ &= 8 \left[K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} + \left(K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}\right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.59)$$

Výsledná kvadratická rovnice pro optimální hodnotu λ_{opt} tak má tvar

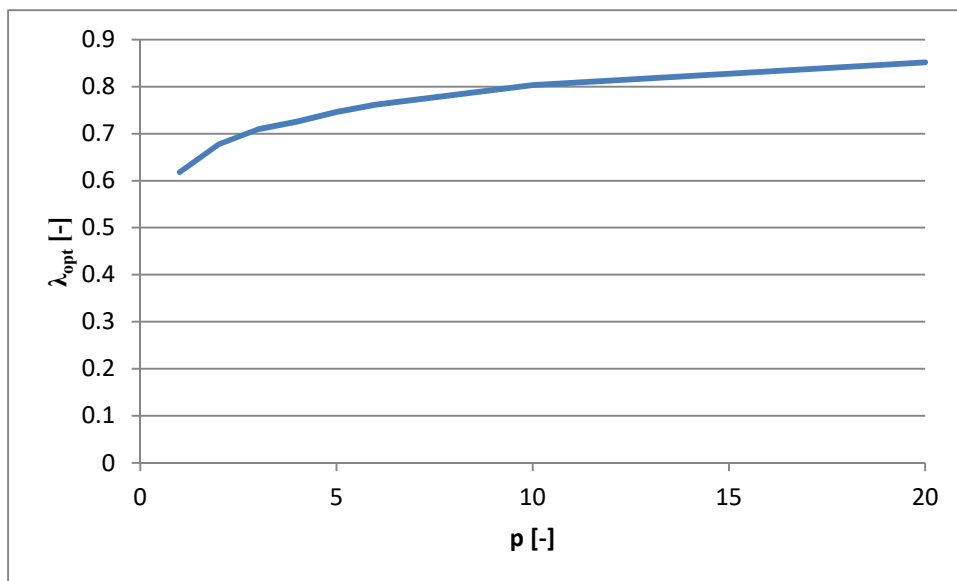
$$\begin{aligned} \lambda_{opt} &= \frac{2 \left(1 + K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}\right) \pm \sqrt{8 \left[K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} + \left(K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}\right)^2 \right]}}{2 \left(1 - K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}\right)} = \\ &= \frac{\left(1 + K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}\right) \pm \sqrt{2 \left[K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p} + \left(K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}\right)^2 \right]}}{1 - K_{Cud}k_{\xi} \frac{\beta\pi}{2p}}, \end{aligned} \quad (2.60)$$

Kdy fyzikálně platné řešení je obdrženo pro **záporné znaménko** před diskriminantem.

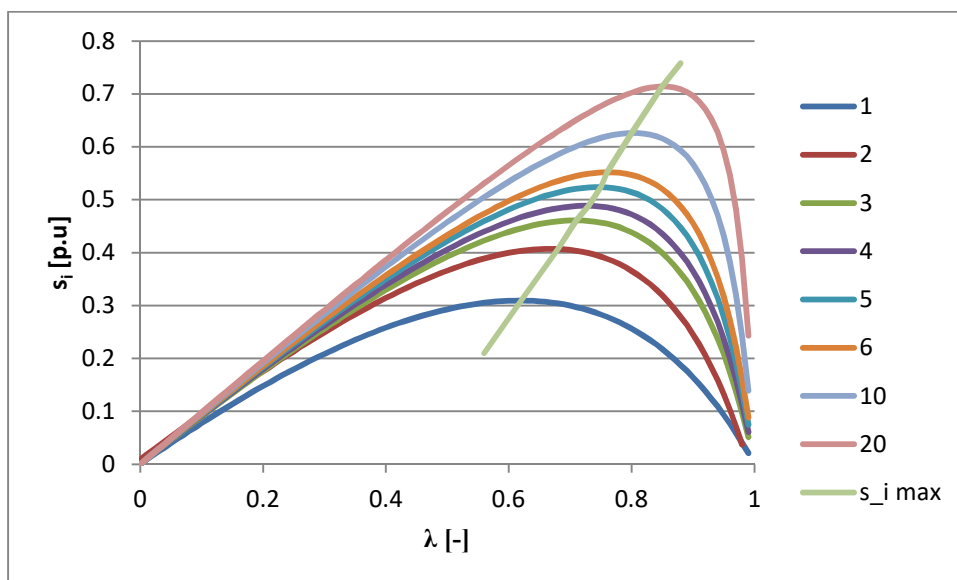
Pro grafické zobrazení obdržených vztahů k porovnání vlivu počtu pólů je ponechán činitel zkrácení kroku $\beta = 5/6$ a pro poměr hmotnosti drážkové části mědi k celé aktivní části je zvolena hodnota $K_{Cud} = 0,15$. Pro různý počet pólů je uvažován různý druh vinutí dle kapitol 2.2.6.1 a 2.2.6.2, tedy postupné vsypávané vinutí pro $p < 4$ a zubové vinutí pro $p \geq 4$.

Na Obr. 12 je zobrazena závislost optimálního činitele λ na počtu pólpárů. S rostoucím počtem pólů klesá délka čel a hodnota optimálního poměru λ se přibližuje více k 1. Výkonová hustota určena dle (2.55) pro různý počet pólpárů je zobrazena na Obr. 14.

Slabinou tohoto srovnání je předpoklad neměnného poměru K_{Cud} . S rostoucím počtem pólů klesá však výška jha statoru i rotoru (za předpokladu stejného sycení), čímž dochází k nárůstu činitele K_{Cud} . Zároveň narůstá frekvence magnetického pole, což by při neměnném sycení způsobilo nárůst ztrát. Pro ověření předložených vzorců a průběhů bude provedena série návrhů strojů s axiálním tokem pro různý počet pólů a různý činitel λ .



Obr. 13: Optimální hodnota činitele λ v závislosti na počtu pól párů pro $\beta = 5/6$ a $K_{Cud} = 0,15$



Obr. 14: Závislost výkonové hustoty na poměru λ pro různý počet pól párů pro $\beta = 5/6$ a $K_{Cud} = 0,15$

2.2.7 Referenční návrh sady strojů s axiálním tokem

Pro potvrzení nebo vyvrácení teoretických průběhů jsou provedeny celkem dva referenční návrhy strojů s různým počtem pól párů a proměnným poměrem λ . V obou dvou sadách výpočtů jsou navrženy řady s 1, 2, 3, 4, 5 a 6 pól páry v rozsahu poměru λ 0,1 – 0,9 s krokem 0,1 a jsou dodržována následující pravidla:

- Je navržen stroj s jedním statorem a jedním rotorem s vnějším průměrem $D_e = 300$ mm
- Rychlost stroje je $n = 2000$ ot/min
- Pro urychlení výpočtů je proveden pouze analytický návrh

- Pro 1 – 3 pól páry je uvažováno postupné dvouvrstvé vsypávané vinutí, pro 4 – 6 pól pářů pak dvouvrstvé zubové vinutí
- Činitel plnění drážky uvažován $k_d = 0,4$
- Syčení v rámci řezu zubem i jhem je předpokládání konstantní
- Je předpokládáno harmonické rozložení indukce ve vzduchové mezeře
- Pro magnetický obvod rotoru jsou použity plechy M350-50A a pro jednotlivé počty pól pářů jsou zvoleny následující hodnoty indukce v zubech B_z a jhu statoru B_{j1} i rotoru:

Tab. 2: Zvolené hodnoty syčení magnetického obvodu

p	B_z [T]	B_{j1} [T]
1	2	1,5
2	1,85	1,4
3	1,75	1,3
4	1,65	1,2
5	1,55	1,1
6	1,45	1,0

- Je vyšetřován pouze vnitřní výkon stroje dle (2.1). Návrhy tak nejsou optimalizovány z pohledu parametrů náhradního schématu a svorkového napětí
- Vytvořitelnost stroje (dostupný zástavbový prostor pro vnitřní čela apod.) není v tomto případě brána v úvahu
- Předpokládaná velikost hustoty ztrát není podpořena tepelně-ventilačním výpočtem. Reálné výkony tak můžou být odlišné, nicméně poměry mezi obdrženými hodnotami budou dodrženy.

2.2.7.1 Definovaná hustota ztrát na vnitřním průměru D_i

Na průměru D_i je předpokládáno největší oteplení stroje, proto jako limitní bod návrhu je zvolena hustota ztrát v tomto místě. Lineární hustotu ztrát v železe lze určit jako

$$\Delta P_{Fe \text{ lin}} = \delta p \left[\left(\frac{B_z}{B_{ref}} \right)^2 b_{zmin} h_d Q + \left(\frac{B_{j1}}{B_{ref}} \right)^2 \pi D_i h_{j1} \right] \left(\frac{f}{f_{ref}} \right)^{1,5} \rho_{Fe} \left[\frac{W}{m} \right] \quad (2.61)$$

kde δp je ztrátové číslo elektrotechnických plechů při referenční hodnotě indukce B_{ref} a frekvence f_{ref} , b_{zmin} je šířka zubu na průměru D_i , h_d je výška drážky a ρ_{Fe} je hustota železa. Stejně jako lineární obvodová proudová hustota budou ztráty vztaženy k obvodu stroje o průměru D_i a plošná hustota ztrát v železe je potom

$$\Delta p_{Fe} = \frac{\Delta P_{Fe \text{ lin}}}{\pi D_i} \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (2.62)$$

Obdobně lze definovat i hustotu Joulových ztrát ve vinutí. Joulovy ztráty na jednotku délky vodiče jsou

$$\Delta P_{j1} = \frac{1}{\gamma_{Cu} S_v} I^2 \cdot 2mN_s \left[\frac{W}{m} \right] \quad (2.63)$$

kde γ_{Cu} je měrná vodivost mědi a S_v je průřez vodičů jedné fáze. Kvadrát proudu v (2.63) bude nahrazen jednak pomocí lineární obvodové proudové hustoty (2.39) a jednak pomocí definice proudové hustoty vodiče

$$J = \frac{I}{S_v} \quad (2.64)$$

Joulový ztráty na jednotku délky lze tak upravit do tvaru

$$\Delta P_{j1} = \frac{1}{\gamma_{Cu} S_v} \frac{\pi D_i A_i}{2mN_s} J S_v \cdot 2mN_s = \frac{1}{\gamma_{Cu}} \pi D_i A_i J \left[\frac{W}{m} \right] \quad (2.65)$$

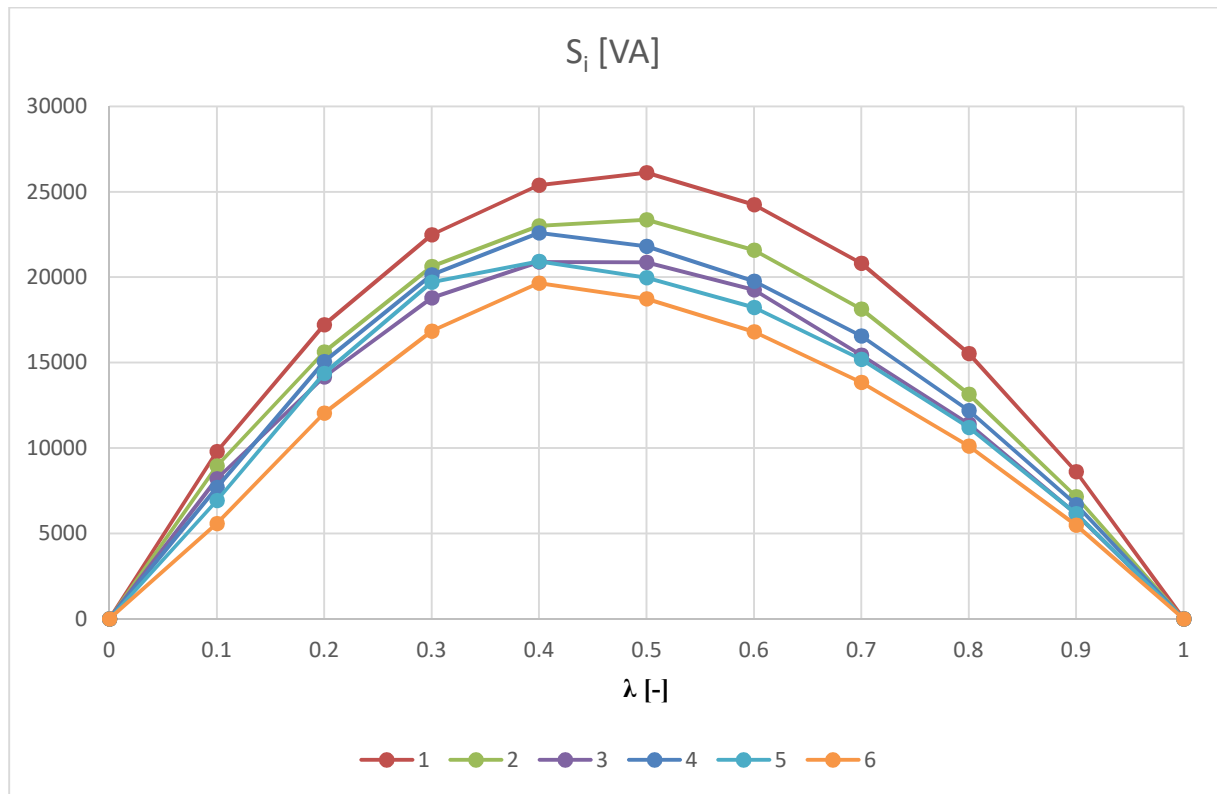
Joulový ztráty vztáhneme stejně jako ztráty v železe na vnitřní obvod stroje a dostaneme plošnou hustotu Joulových ztrát

$$\Delta p_j = \frac{\frac{1}{\gamma_{Cu}} \pi D_i A_i J}{\pi D_i} = \frac{1}{\gamma_{Cu}} A_i J \left[\frac{W}{m^2} \right], \quad (2.66)$$

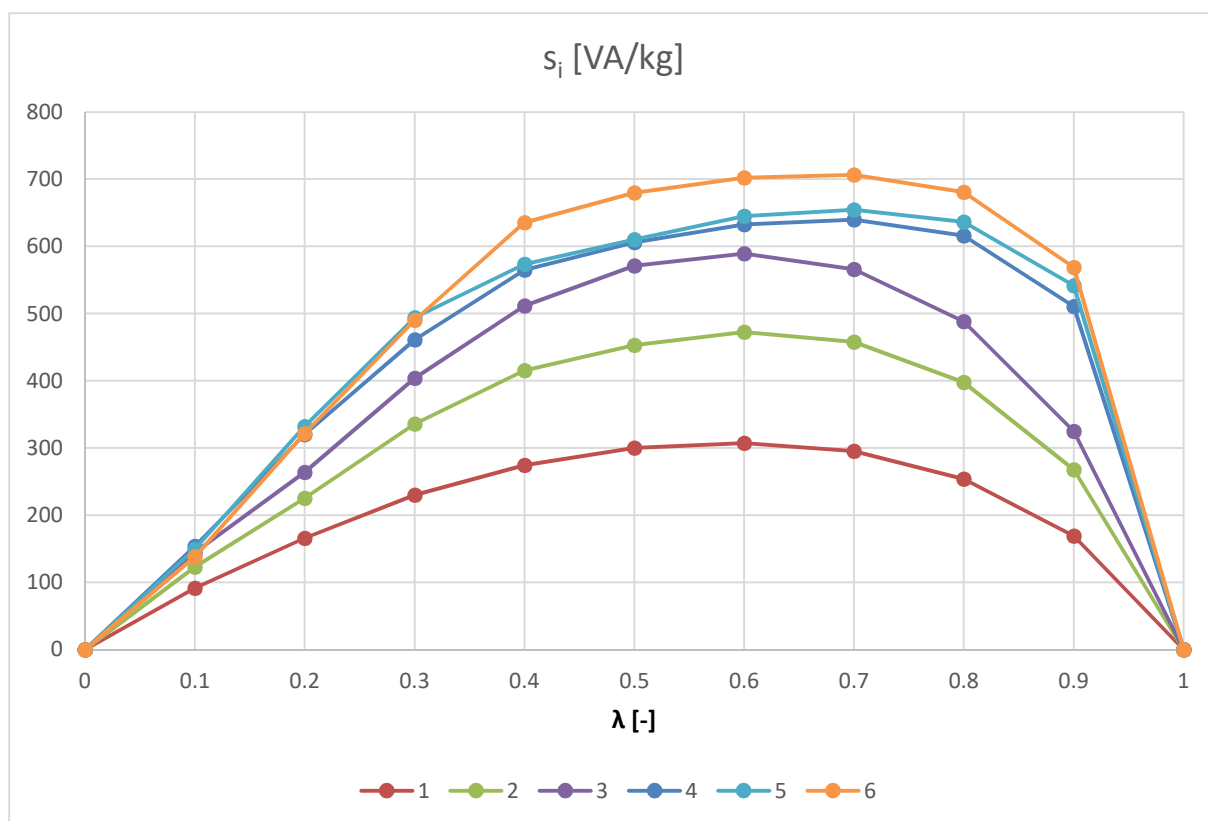
což odpovídá knižní definici (2.38). Sada návrhů strojů je tak vytvořena za dodržení podmínky celkové plošné hustoty ztrát

$$\Delta p = \Delta p_{Fe} + \Delta p_j = \text{konst.} \quad (2.67)$$

Na Obr. 15 a Obr. 16 jsou zobrazeny obdržené průběhy vnitřního zdánlivého výkonu S_i a jeho hustoty s_i .



Obr. 15: Závislost výkonu na poměru λ pro různý počet pólů navržených strojů s podmínkou maximální plošné hustoty ztrát



Obr. 16: Závislost výkonové hustoty na poměru λ pro různý počet pólů navržených strojů s podmínkou maximální plošné hustoty ztrát

Oblast maximálního výkonu je oproti teorii (maximum pro $\lambda \sim 0,57$) posunuta k nižším hodnotám poměru λ . Velikost výkonu klesá s počtem pólů (v rámci stejného druhu vinutí ve skupinách $p = 1-3$ a $p = 4-6$); to je způsobeno rostoucími ztrátami s frekvencí stroje. Skok v trendu mezi stroji se 3 a 4 pólů je způsoben koncepční změnou vinutí.

Hustota výkonu naopak s počtem pólů roste; to je způsobeno především zmenšující se výškou jha s rostoucí frekvencí (i přes snižující se sycení stroje). Zároveň byl potvrzen trend posunu maxima výkonové hustoty směrem k vyšším poměrům λ s rostoucím počtem pólů. Detailní porovnání jednotlivých výsledků včetně proměnného poměru K_{Cud} a lineární proudové hustoty je součástí Přílohy 1.

2.2.7.2 Vliv vnitřních čel na hustotu ztrát

Až dosud byly analyzovány aktivní oblasti stroje s předpokladem axiálního šíření tepla vzniklého ve statoru (tomu nejlépe odpovídá stroj profukovaný v oblasti vzduchové mezery). Při tomto přístupu byla až dosud zanedbávána čela vinutí, jejich ztráty a teplo v nich vznikající. Vnější čela se nacházejí v oblasti nízké hustoty ztrát; proto se nyní zaměříme na čela vnitřní.

Čela vinutí mají mnohonásobně větší tepelnou vodivost ve směru vodiče; je možné zjednodušeně předpokládat, že se všechno vzniklé teplo šíří vodičem až do místa, kde vodič ústí do drážky; zde narůstá teplotní vodivost v axiálním směru a teplo se šíří ke vnějšímu povrchu jha, kde je absorbováno chladicí kapalinou.

V mezním případě tak lze uvažovat, že se na ploše vnitřního průměru D_i akumulují ztráty zde vytvořené (definované plošnou hustotou ztrát Δp (2.67)) a ztráty vzniklé ve vnitřních čelech; je tak nutné vychladit součet těchto ztrát.

Velikost Joulových ztrát ve vnitřních čelech lze určit jako

$$\Delta P_{\check{c}i} = \frac{1}{\gamma_{Cu}} \frac{l_{\check{c}i}}{S_v} I^2 \cdot m N_s \quad (2.68)$$

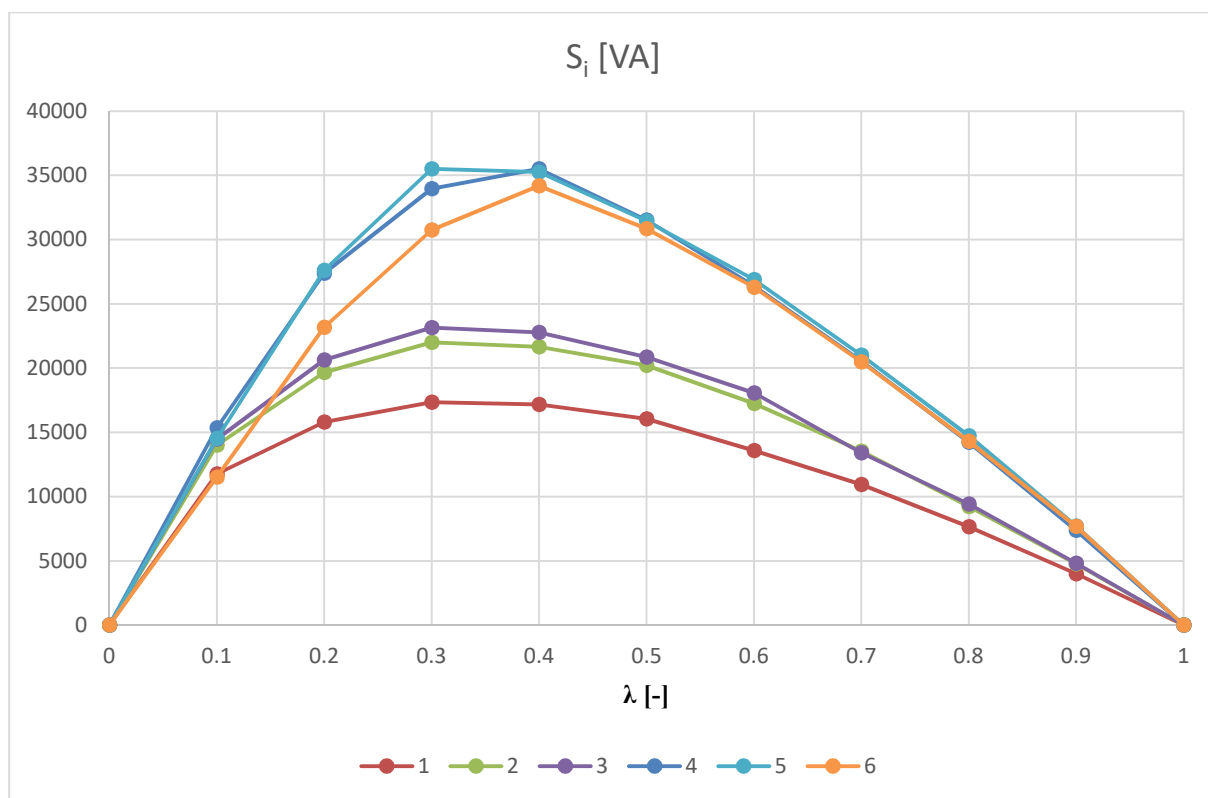
Toto teplo se přeneso vinutím do výstupu z drážky a výkonovou hustotu ztrát v tomto místě lze určit jako

$$\Delta p_{\check{c}i} = \frac{\Delta P_{\check{c}i}}{2m N_s S_v} = \frac{\frac{1}{\gamma_{Cu}} \frac{l_{\check{c}i}}{S_v} I^2 \cdot m N_s}{2m N_s S_v} = \frac{1}{\gamma_{Cu}} \frac{l_{\check{c}i}}{2S_v^2} I^2 \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (2.69)$$

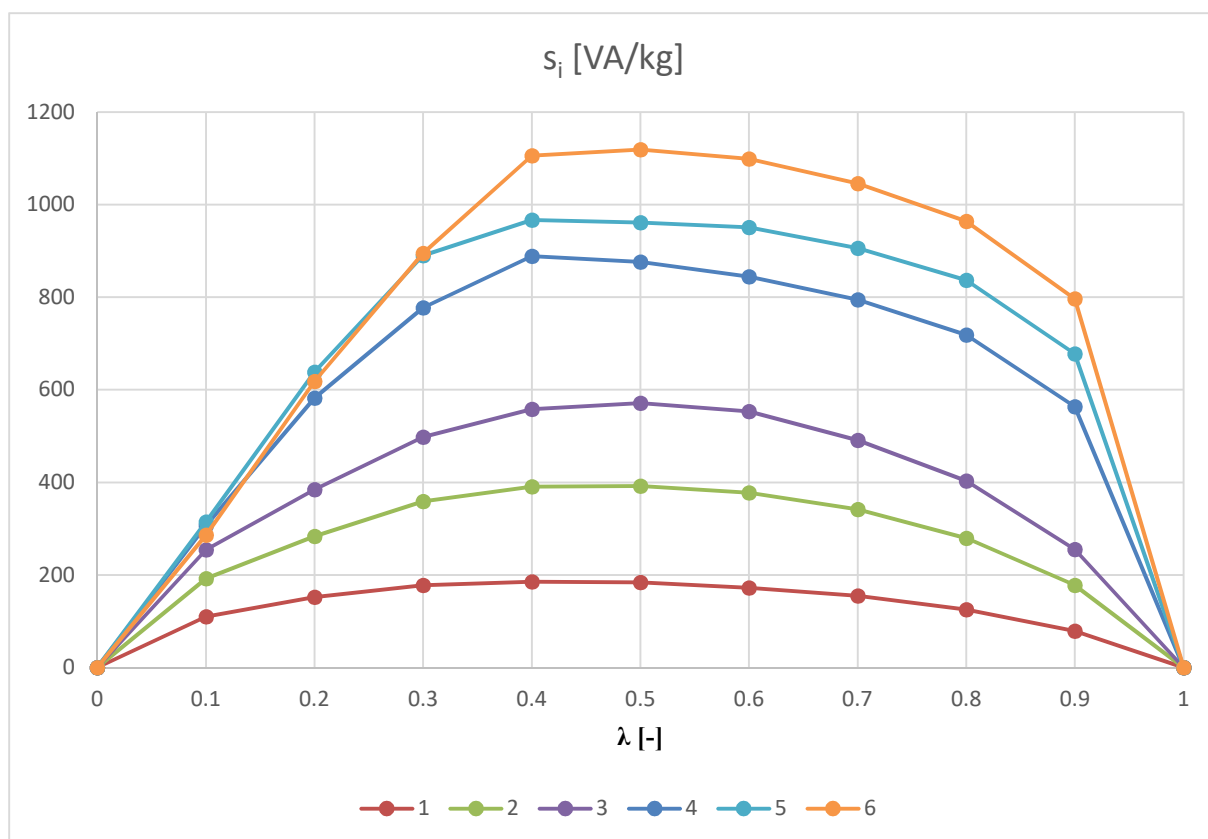
Výsledná hustota ztrát je tak definována jako

$$\Delta p = \Delta p_{Fe} + \Delta p_j + \Delta p_{\check{c}i} = \text{konst.} \quad (2.70)$$

Jako referenční je zvolena hustota ztrát stroje s $p = 3$ a $\lambda = 0,5$, návrhy jsou přepočítány a výsledné průběhy se zahrnutím ztrát ve vnitřních čelech jsou zobrazeny na Obr. 17 a Obr. 18. Detailní porovnání jednotlivých výsledků včetně proměnného poměru K_{Cud} a lineární proudové hustoty je součástí Přílohy 1



Obr. 17: Závislost výkonu na poměru λ pro různý počet pólů navržených strojů se zahrnutím ztrát vnitřních čel



Obr. 18: Závislost výkonové hustoty na poměru λ pro různý počet pólů navržených strojů se zahrnutím ztrát vnitřních čel

Oblast maximálního výkonu i maximální výkonové hustoty se přesunula k nižším hodnotám poměru λ ; vnitřní čela zde mají menší délku, což vede na nižší plošnou hustotu ztrát. U strojů se zubovým vinutím došlo zároveň k výraznému nárůstu výkonu i výkonové hustoty oproti postupnému vinutí. To je zapříčiněno dvěma faktory:

- Je použito nejčastější zubové třífázové vinutí s počtem drážek na pól a fází $q = 1/2$. To má bohužel relativně malý činitel vinutí způsobený činitelem zkrácení kroku $\beta = 2/3$. Díky tomu jsou ale čela vinutí poměrově kratší, než u ekvivalentního postupného vinutí se stejným počtem pólů
- U zubového vinutí je uvažováno umístění cívkových stran vedle sebe, zatímco u postupného vinutí nad sebou. Umístěním cívkových stran vedle sebe dochází k dalšímu výraznému zkrácení čel vinutí, zejména u strojů s menším počtem drážek

2.2.8 Rešerše literatury

Výkonová rovnice strojů s axiálním tokem je často diskutované téma napříč odbornou literaturou. Na mezinárodní úrovni je výkonová rovnice často pojmenována jako „sizing equation“

V článcích [6] - [11] (seřazeno chronologicky) je použita výkonová rovnice odpovídající přirozenému přístupu v 2.2.1, respektive její vyjádření pomocí poměru λ v (2.28). V článcích [12] - [14] je použita výkonová rovnice vycházející z vnitřního průměru (2.41). V knize [15]

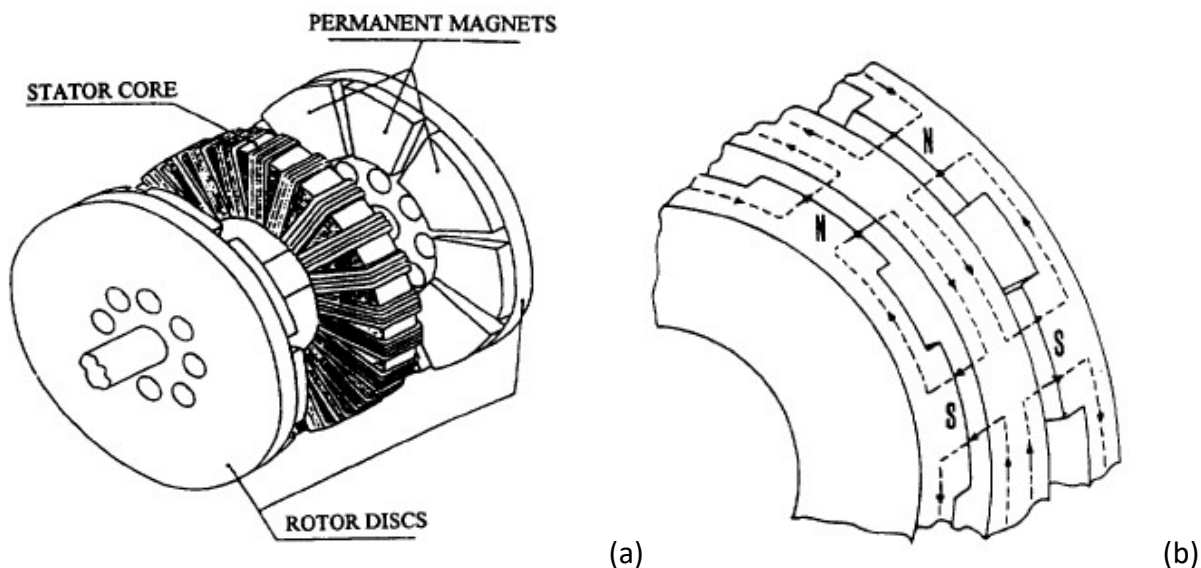
zabývající se stroji s axiálním tokem je pouze zmíněna rovnice (2.28) odkazující na další literaturu.

V žádném z nalezených článků nebyla prezentována výkonová rovnice s matematicky odvozenou střední hodnotou lineární obvodové proudové hustoty (2.29) a tomu odpovídajícím průměrem D_A (2.25).

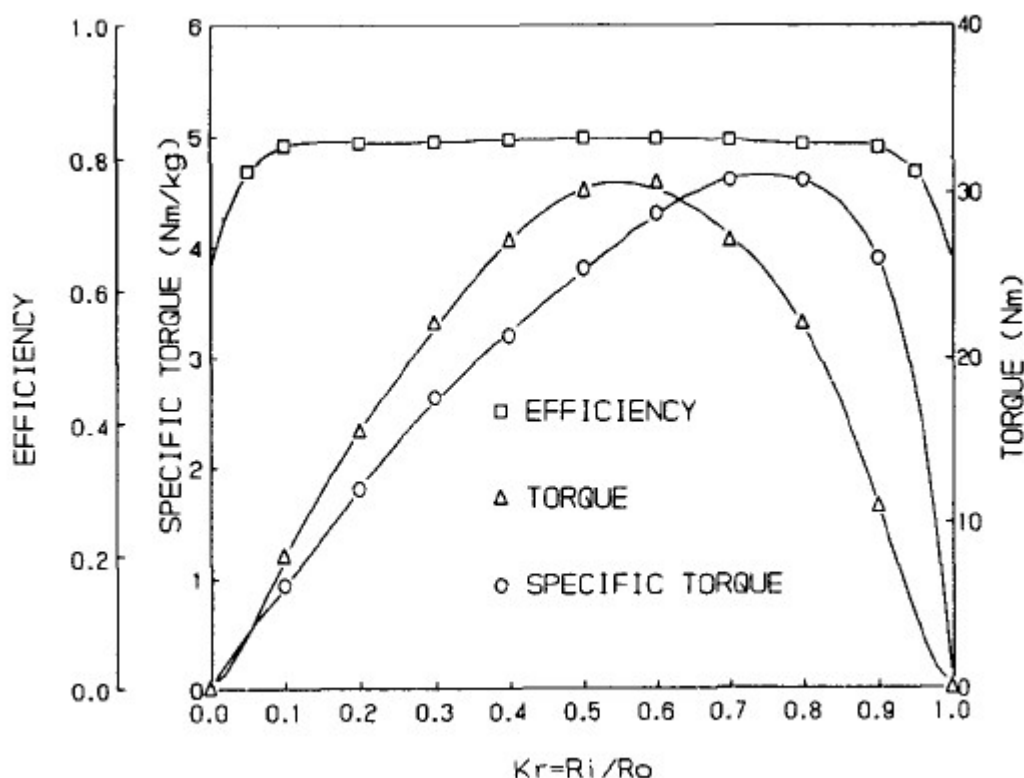
Články zmiňující optimální velikost poměru λ odkazují na hodnotu $1/\sqrt{3}$ bez ohledu na to, jestli v článku samotném používají výkonovou rovnici se středním průměrem D_1 (2.28) [6], [9], [11] nebo používají výkonovou rovnici vycházející z vnitřního průměru D_i (2.41) [12], [13], pro kterou je i tato hodnota matematicky dokázána. Všechny články u této ideální hodnoty odkazují na ostatní literaturu, která vede až k pravděpodobně jednomu z původních článků na toto téma [16]. (článek není z námi placených databází dostupný, nyní jedná o zaplacení přístupu k němu)

Zmiňovaný poměr se podařilo obdržet matematicky a tento postup je potvrzen v [15]; v původním článku na toto téma lze očekávat stejný přístup.

Detailnějšímu rozboru na téma maximálního výkonu a maximální výkonové hustoty se věnuje [12]. Navržený stroj pro elektrický scooter zde má dva rotory a jeden bezdrážkový stator s toroidním jádrem a navinutými cívkami na něm s počtem pólpárů $p = 8$. Je zde předpokládán odvod ztrátového tepla ve vzduchových mezerách, tedy veškeré teplo vzniklé ve statoru (i v jádře statoru) musí projít skrz izolaci vinutí do vzduchové mezery; pomocí dovoleného oteplení stroje, množství izolace a její tepelné vodivosti a součinitele přestupu tepla z izolace do vzduchové mezery je definována maximální hustota ztrát a odvozeny průběhy na Obr. 20.



Obr. 19: Principiální struktura bezdrážkového stroje se dvěma rotory a toroidním jádrem statoru s tangenciálním směrem toku (a) a vyznačené siločáry magnetického pole (b) [12]



Obr. 20: Závislost účinnosti, momentu a hustoty momentu pro 16-pólový stroj [12]

Dle průběhu hustoty momentu lze usuzovat, že byl použit model neuvažující zvýšení hustoty ztrát vlivem čel; stator je k rámu chycen na vnějším obvodu a u vnitřního průměru je dostatečná plocha pro ochlazování stroje – pro toto uspořádání lze tento přístup považovat za správný. Hodnota maximálního momentu se nachází v oblasti $\lambda = 0,5 - 0,6$, hodnota maximální hustoty momentu pak pro $\lambda = 0,7 - 0,8$.

2.3 Závěrečné zhodnocení

U strojů s axiálním směrem toku je důležitým parametrem poměr mezi vnitřním a vnějším průměrem

$$\lambda = \frac{D_i}{D_e} \quad (2.71)$$

Porovnáním rovnice pro výpočet toku pólovou roztečí lze definovat střední průměr a délku paketu jako

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{(D_e + D_i)}{2} = D_e \frac{1 + \lambda}{2} \\ l_{Fe} &= \frac{(D_e - D_i)}{2} = D_e \frac{1 - \lambda}{2} \end{aligned} \quad (2.72)$$

Stejný střední průměr D_1 je také často použit pro odvození obvodové proudové hustoty a nejčastější tvar výkonové rovnice používané v literatuře je

$$S_i = C \frac{D_e^3}{8} (1 - \lambda^2)(1 + \lambda)n \quad (2.73)$$

Lineární obvodová proudová hustota A použitá v této rovnici však **neodpovídá střední hodnotě ve stroji**. Pomocí definice střední hodnoty lze získat průměr D_A , na kterém je této střední hodnoty dosaženo a je důležitý např. z hlediska porovnávání strojů s radiálním a axiálním tokem. Matematicky odvozená výkonová rovnice tak má tvar

$$S_i = C \frac{D_e^3}{4} \frac{(1 - \lambda)(1 - \lambda^2)}{\ln \frac{1}{\lambda}} n \quad (2.74)$$

Tento tvar se **nepodařilo najít v žádném odborném textu věnovaném strojům s axiálním tokem**.

Z pohledu odvodu ztrátového tepla je důležitějším parametrem obvodová proudová hustota na vnitřním průměru A_i ; s použitím této definice lze obdržet výkonovou rovnici

$$\begin{aligned} S_i &= m2\pi p \frac{n}{60} \frac{1}{\sqrt{2}} k_v N_s \alpha_\delta B_\delta \frac{\pi D_e^2 (1 - \lambda^2)}{8p} \frac{\pi \lambda D_e A_i}{2m N_s} = \\ &= C \frac{D_e^3}{4} (1 - \lambda^2) \lambda n \end{aligned} \quad (2.75)$$

Z tohoto tvaru výkonové rovnice lze odvodit hodnotu poměru λ pro maximální výkon

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{3}} \doteq 0,577 \quad (2.76)$$

Hustotu výkonu lze za podobných podmínek také definovat. Z hlediska odvodu ztrátového tepla a maximálního dovoleného oteplení stroje jsou možné dva přístupy k problému:

1. Nejvyšší hustota ztrátového výkonu je dosažena na vnitřním průměru stroje pomocí ztrát v tomto místě vznikajících. Tento přístup je aplikovatelný zejména na stroje s přímým dotykem statorového vinutí s chladicí tekutinou (vzduch, olej apod.), protože lze uvažovat stejný chladicí účinek na čela i drážkovou část vinutí.
2. V případě špatného odvodu tepla z čel přímo jejich povrchem (typicky pro chlazení kostrou stroje) je nutné uvažovat navýšení hustoty ztrátového tepla na vnitřním průměru a přizpůsobit tomu návrh stroje.

Obě varianty jsou krajními možnostmi odvodu ztrátového tepla z čel vinutí; reálná situace vždy bude ležet mezi těmito body blíže k jednomu nebo druhému, v závislosti na koncepci stroje.

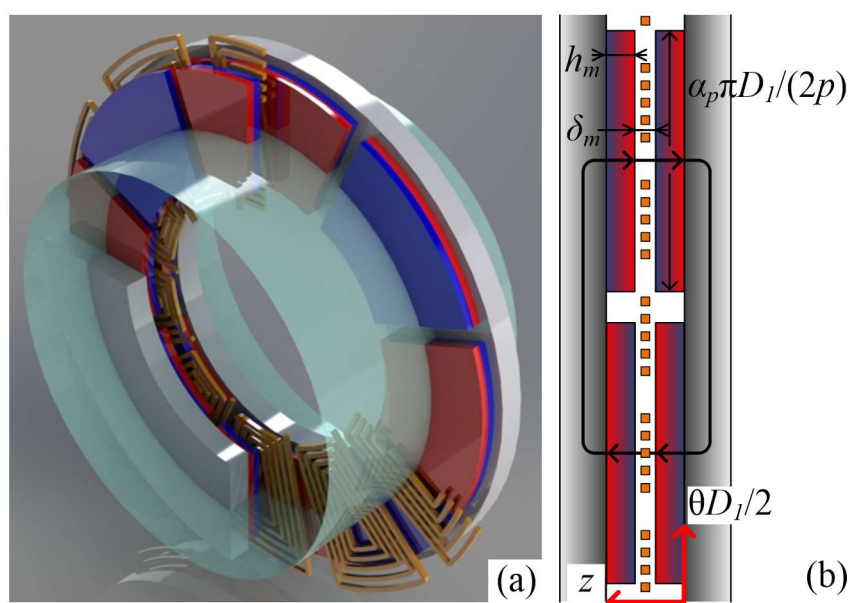
Pro výsledný návrh stroje není vhodné volit příliš malý poměr λ ; dochází pak ke snižování šířky zubu a jeho lokálnímu přesycování a není zajištěno, že se čela do zbylého prostoru fyzicky vejdou.

Naopak při hodně velkém poměru λ (0,8 a více) je možné za určitých předpokladů dodržet relativně velkou hustotu výkonu, avšak za cenu poklesu absolutního výkonu. Stroj pak má velký vnější zástavbový prostor s těžko využitelným volným prostorem uvnitř stroje.

Optimální hodnota poměru λ se tak jeví v rozsahu $\lambda = 0,4 - 0,7$, který je možné dále upřesnit podle topologie stroje a jeho chlazení.

3 Odlišnosti elektromagnetického návrhu

Za definovaných podmínek elektrického a magnetického zatížení stroje přichází na řadu jeho standardní elektromagnetický návrh. Pro účely analytického návrhu a rychlého ověření pomocí metody konečných prvků je možné 3D geometrii stroje nahradit jeho 2D ekvivalentním průřezem na průměru D_1 po celé jeho axiální délce. Narovnáním tohoto průřezu vznikne geometrie ekvivalentní k lineárnímu stroji (Obr. 21) o hloubce l_{Fe} definované v (2.19). Díky tomu je možné provést standardní návrh stroje dle rovnic definovaných pro stroje s radiálním tokem. U strojů s axiálním tokem často mají jednotlivé části rozdílné vnější a vnitřní průměry; délka železa l_{Fe} tak může být rozdílná a při návrhu stroje je důležité ji správně při každém výpočtu definovat.

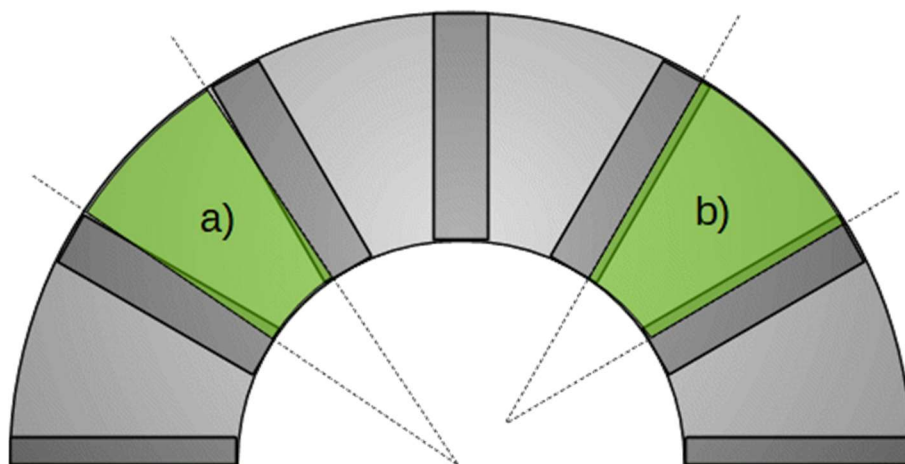


Obr. 21: Částečný řez stroje s axiálním tokem (a) a zjednodušený dvojrozměrný model (b)

Tvar drážky je vždy obdélníkový s proměnnou šířkou zubu - ta je jako u strojů s radiálním tokem proměnná v radiálním směru; zde je to však směr kolmý na směr magnetického toku. Zatímco je velikost pólové rozteče proměnná, šířka drážky je vždy konstantní; tím se zmenšuje šířka zubu vůči pólové rozteči směrem ke středu stroje a dochází tak k lokálnímu přesycování. Zub je přesycen zejména v oblasti vstupu magnetického toku ze vzduchové mezery; dále v axiálním směru již protéká tok rovnoměrně celým zubem. Tato lokální sycení není možné v analytickém návrhu ani ve 2D MKP ověření postihnout a jejich vliv na provoz stroje je možné určit až pomocí 3D MKP modelu.

Je však možné jim částečně předejít u strojů se zubovým vinutím. Veškerý tok permanentního magnetu prochází při daném natočení rotoru jedním sousedním zubem. Při návrhu magnetu ve tvaru výseče mezikružší se shodným středem jako má jeho stator (Obr. 22 a) je proměnná šířka magnetu vůči šířce zubu, což vede na nerovnoměrné sycení. Při posunutí středu této výseče je možné dosáhnout šířky magnetu, která je v úměře se šířkou zubu a dosáhnout rovnoměrnějšího sycení (Obr. 22 b). U strojů s postupným rozloženým vinutím toho není možné dosáhnout, protože na jeden magnet připadá vždy několik zubů;

proto se tato optimalizace tvaru příliš neřeší, ale je nutné počítat s nárůstem ztrát a částečným poklesem spřaženého toku a indukčnosti.



Obr. 22: Pohled na polovinu statoru s naznačenými drážkami a výsečovými magnety se středem shodným se jhem statoru (a) a posunutým středem (b)

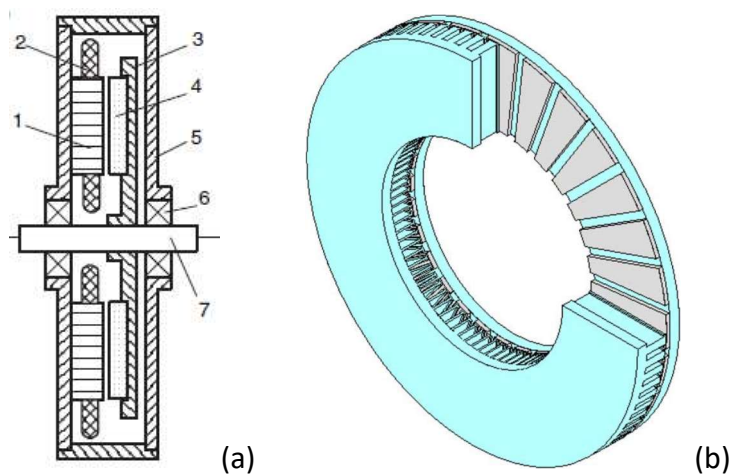
3.1 *Druhy strojů s axiálním tokem*

Díky diskovému tvaru statoru i rotoru jsou stroje s axiálním tokem konstrukčně mnohem variabilnější, než stroje s radiálním tokem. V této kapitole je představeno členění strojů s axiálním tokem podle základních kritérií.

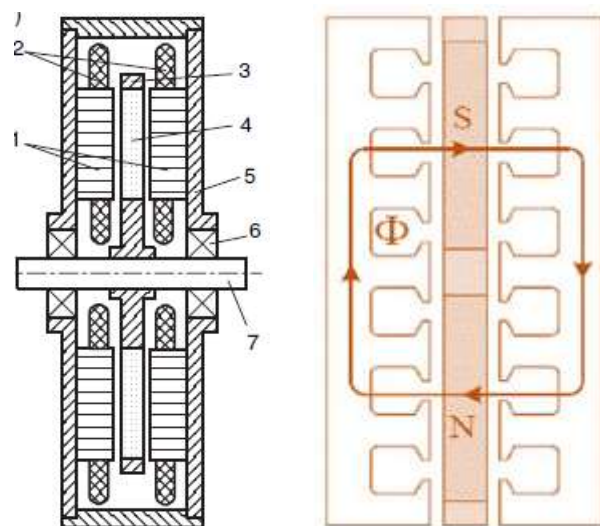
3.1.1 *Počet statorů a rotorů*

Základním uspořádáním vycházejícím ze strojů s radiálním tokem je stroj s jedním statorem a jedním rotorem (Obr. 23). Toto uspořádání však vykazuje výrazné axiální síly na stator i na rotor, což vede na zvýšené nároky na dimenzování ložisek a mechanických součástí stroje.

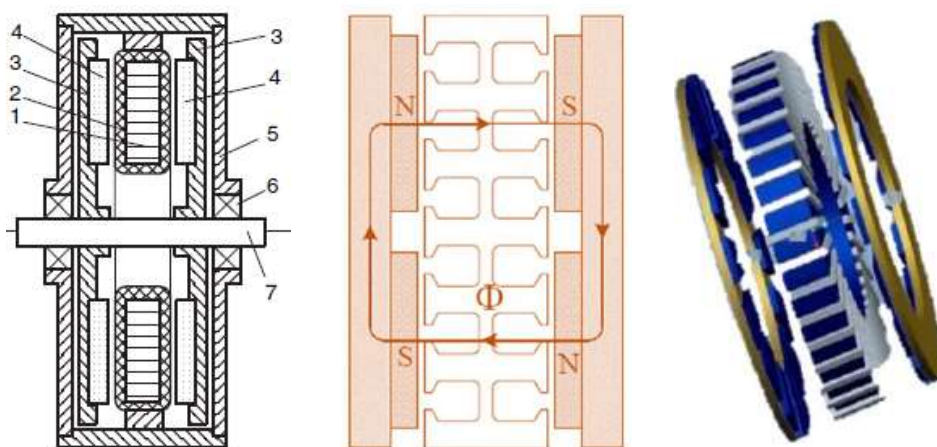
Z toho důvodu je častější variantou symetrické uspořádání se dvěma statory (Obr. 24) nebo dvěma rotory (Obr. 25). Tím je dosaženo vyvážení axiálních sil působících na středový díl. Uspořádání se dvěma rotory umožňuje lépe rozložit mechanický moment přenášený přes hřídel a jeví se jako výhodnější pro stroje s výrazně dynamickým provozem. Zároveň pro uspořádání bez středového jha je možné snížit ztráty v železe stroje.



Obr. 23: Principiální řez stojem s jedním statorem a rotorem (a) [15] a model (b) [20]



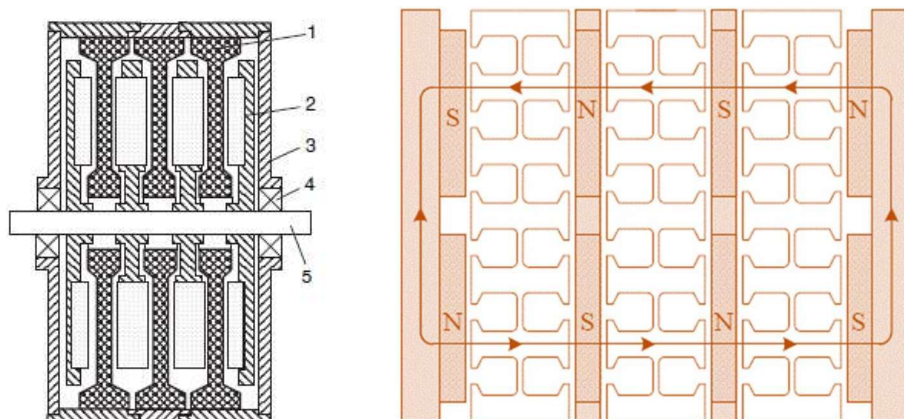
Obr. 24: Principiální řez stojem se dvěma statory a jedním rotorem [15], [18]



Obr. 25: Principiální řez stojem s jedním statorem a dvěma rotory a jeho model [15], [18]

Díky své diskové konstrukci je možné za sebe řadit téměř libovolné množství satorů a rotorů; vzniká tak modulární systém, kdy výkonové řady lze jednoduše dosáhnout axiálním řazením více či méně satorů a rotorů.

Je také možné axiálně řadit celé hotové motory (Obr. 27); sníží se tím celková výkonová hustota, ale výrobce může vyrábět pouze jeden typ motorů.



Obr. 26: Principiální řez stojem s více statory a rotory [15], [18]



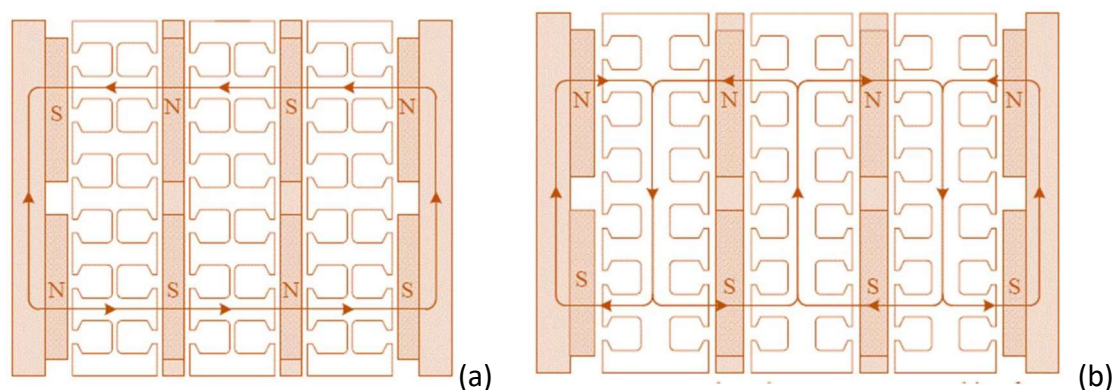
Obr. 27: Použití tří mechanicky spojených strojů YASA [19]

3.1.2 Počet samostatných magnetických obvodů / směr magnetického toku ve jhu

Při řazení více satorů a rotorů za sebou je možné zvolit cestu magnetického toku ve jhu. Standardní stroj s jednou cestou magnetického toku je zobrazen na Obr. 24 - Obr. 26. Přímé porovnání strojů s jedním magnetickým obvodem a více magnetickými obvody je zobrazeno

na Obr. 28. Je patrné, že obou uspořádání lze dosáhnout pouze vhodným natočením rotorů vůči sobě a správnou orientací permanentních magnetů.

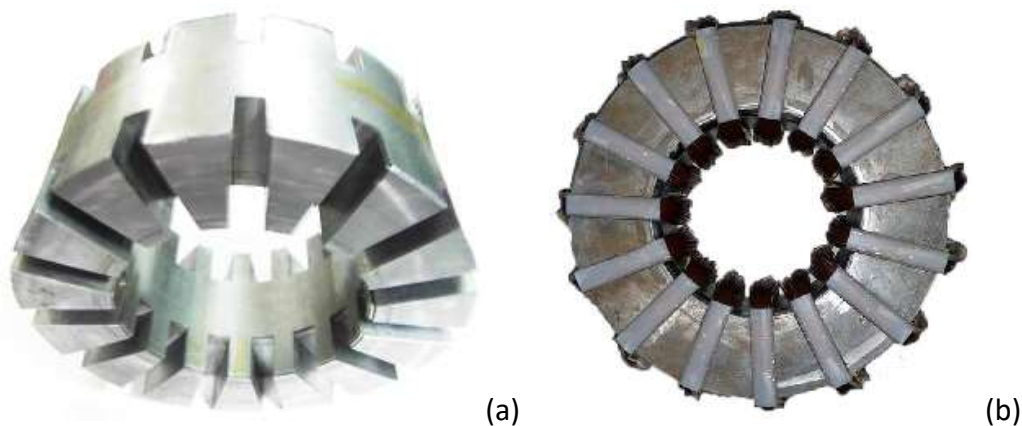
Jeden důležitý rozdíl se nachází v konstrukci statoru. Ve stroji s jedním magnetickým obvodem je v celém statoru axiální směr magnetického toku a jeho zde plní pouze konstrukční a mechanickou funkci, případně lze použít stator bez jha. Uspořádání s rozděleným magnetickým obvodem je konstrukčně jednodušší a mechanicky robustnější, protože stator obsahuje jeho dimenzované na tok dvou sousedních magnetických obvodů; další výhodou je možnost použití toroidního vinutí. Směr toku ve jhu je jako u klasického axiálního stroje tangenciální.



Obr. 28: Principiální schéma stroje s jedním magnetickým obvodem (a) a s magnetickým obvodem rozděleným na více dílčích částí (b) [18]

3.1.3 Uspořádání magnetického obvodu statoru

Základní typ statoru se jhem a vinutím v drážkách je přednostně používán u strojů s jedním statorem a rotorem (Obr. 23), případně u strojů se dvěma statory a jedním rotorem (Obr. 24). Stejné uspořádání statoru lze také nalézt u strojů s rozděleným magnetickým obvodem, často ve spojení s otevřenými drážkami. Cívky vinutí mohou být v tomto případě navíjeny toroidně a jejich spřažený tok je tok jhem statoru (Obr. 29). Navíjení a vkládání vinutí do drážek je tak možné pomocí navíječek podobným těch, které navíjejí toroidní tlumivky a transformátory. Obě konstrukce mohou být i bezdrážkové, kdy pro toroidní uspořádání je bezdrážkový stroj konstrukčně a technologicky mnohem jednodušší (Obr. 19).



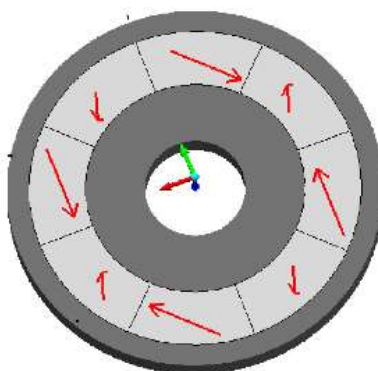
Obr. 29: Připravený magnetický obvod statoru s drážkami (a) a navinutý stator (b) [21]

Při použití uspořádání s více statory a rotory a jedním magnetickým obvodem ztrácí jeho svoji funkci uzavírání magnetického toku; proto je možné (od strojů se dvěma rotory a jedním statorem dále) se setkat s variantou bez jha statoru (anglicky yokeless). Problémovým se u této varianty stává mechanické zajištění samotného statoru a vinutí v drážkách. Nejjednodušeji toho lze dosáhnout u strojů se zubovým vinutím, kdy se stator rozpadne na samostatné celky a vznikne segmentovaná kotva bez jha (anglicky Yokeless And Segmented Armature, alias YASA), více viz [22], [23].

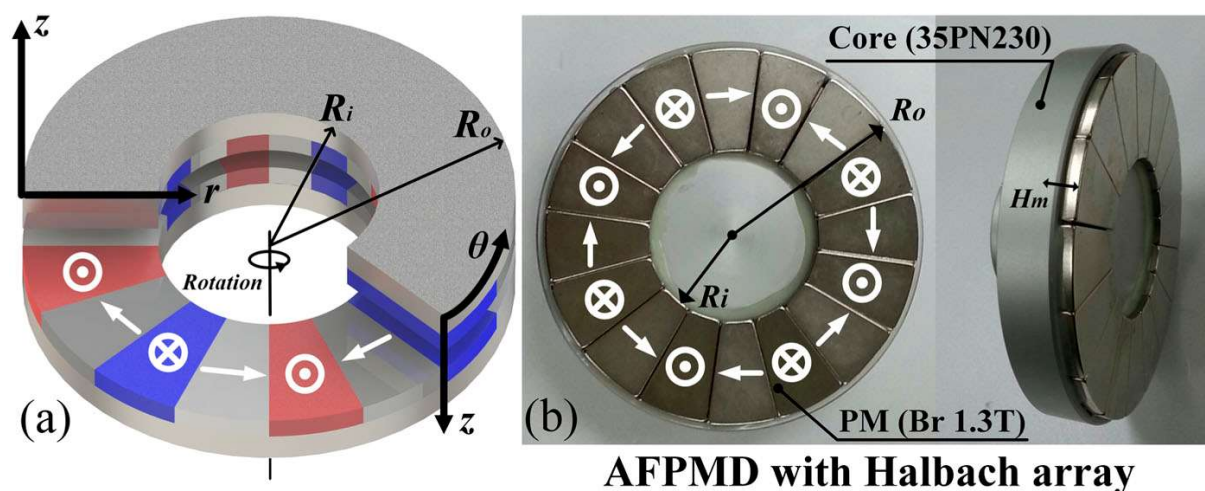


Obr. 30: Segment statoru před a po zalití do epoxidové pryskyřice [22]

Posledním způsobem, jak snížit hmotnost statoru a jeho ztráty je odstranit z něj železo úplně (coreless varianta). Toto uspořádání je dáno druhem vinutí a bude řešeno v další kapitole. Při použití coreless statoru a Halbachovým uspořádáním permanentních magnetů na rotoru (Obr. 31, Obr. 32) [24], [25] lze teoreticky dosáhnout magnetického obvodu bez ocelových částí.



Obr. 31: Halbachovo axiální uspořádání magnetů [24]



Obr. 32: Schéma axiálního Halbachova pole a vyrobený prototyp [25]

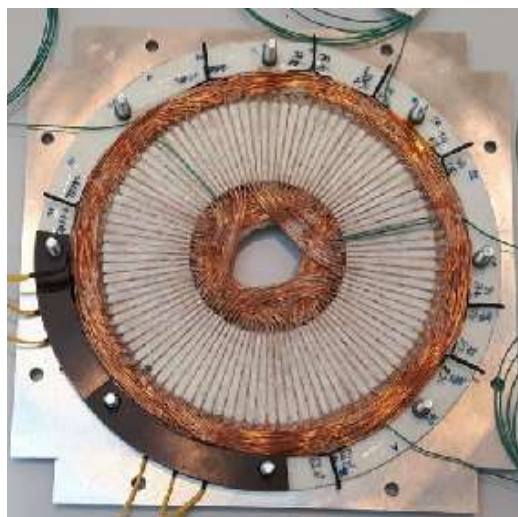
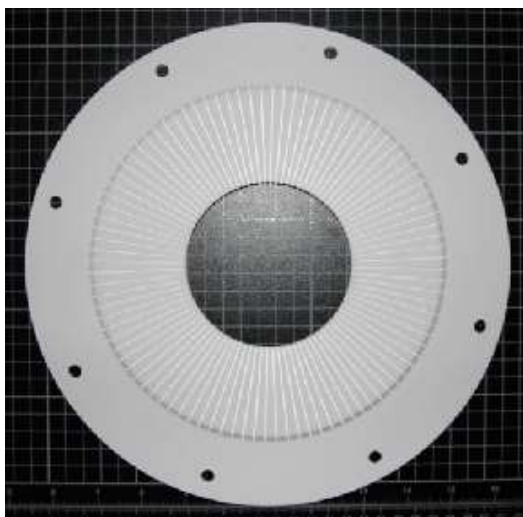
3.1.4 Vinutí statoru

Vinutí statoru může být jako u strojů s radiálním tokem jednovrstvé nebo vícevrstvé, postupné, koncentrické, zubové (Obr. 33) apod. Kromě těchto vinutí spojených se statorem se jhem nebo bez jha je možné rozlišit dvě základní konstrukční uspořádání statorů kompletně bez železa dle technologie výroby vinutí. Toto vinutí se téměř výhradně používá u strojů s jedním statorem a dvěma rotory.

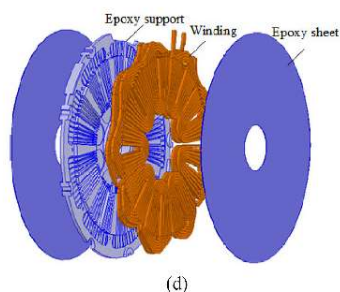
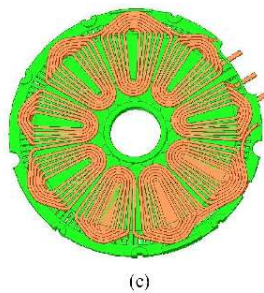
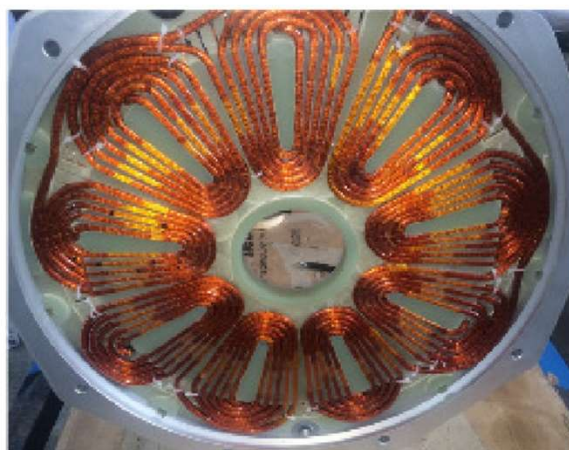
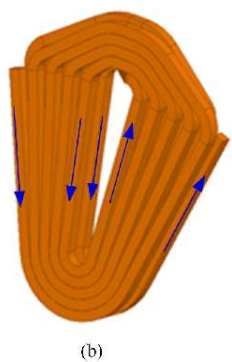
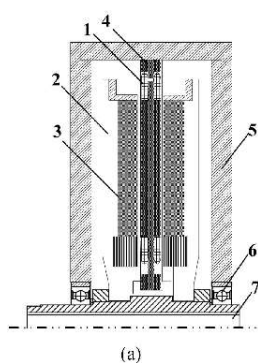


Obr. 33: Stator se zubovým vinutím [26]

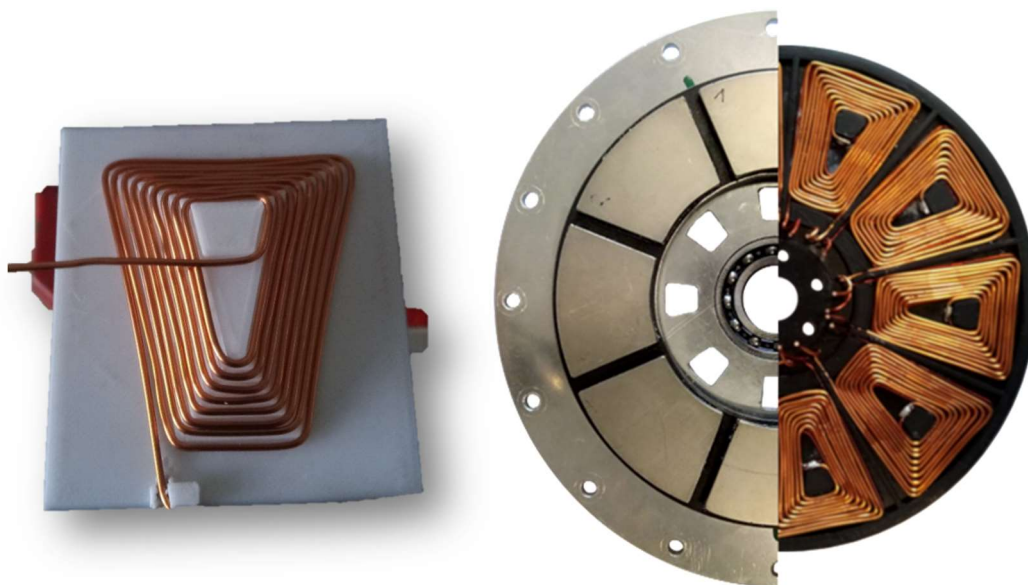
Vinutí bez železa navíjené z vodičů je buď postupné, nebo s planární strukturou pro potlačení nárůstu délky vzduchové mezery. Toto vinutí musí být založeno a uchyceno v plastovém, keramickém, pryskyřicovém apod. pouzdře (Obr. 34 - Obr. 36).



Obr. 34: Keramické pouzdro nenavínuté a s vloženým postupným vinutím [27]



Obr. 35: Principiální topologie stroje s planárními cívkami a foto statoru a rotoru prototypu [28]



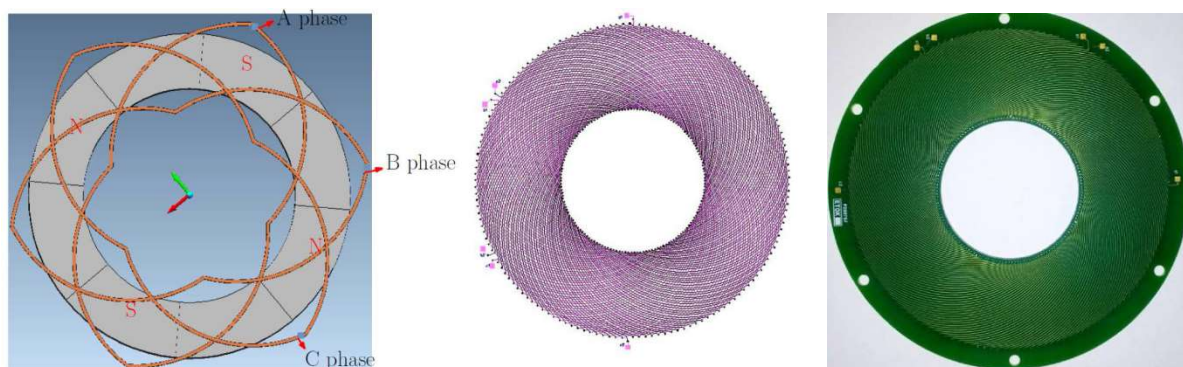
Obr. 36: Ručně navíjené planární vinutí a umístění v plastovém pouzdře před zalitím [3], [29], [30]

Větší přesnosti cívek a činitele plnění lze také dosáhnout pomocí vinutí řezaného laserem (Obr. 37).



Obr. 37: Planární vinutí řezané laserem [30]

Největší přesnosti tvaru cívek a automatizace výroby lze dosáhnout při použití vinutí vytvořeného pomocí desky plošných spojů (DPS, PCB), viz Obr. 38, Obr. 39. V desce plošných spojů je tenká vrstva mědi (maximálně řádově stovky μm), což vede na vysoký odpor vinutí. DPS se proto dělají vícevrstvé (např. šestivrstvá DPS v [24]) a sérioparalelním řazením jednotlivých vrstev může být nalezen kompromis mezi zvýšením spřaženého toku při potlačení nárůstu odporu vinutí.



Obr. 38: Postupné třífázové šestivrstvé PCB vinutí – základní struktura, kompletní vinutí a vyrobený stator [24]



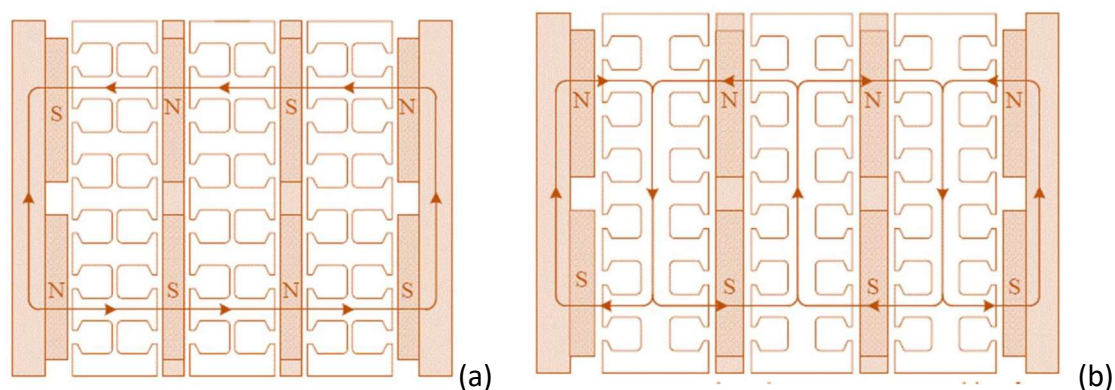
Obr. 39: Planární vinutí na frézované oboustranné DPS [30]

3.2 *Specifika návrhu jednotlivých variant*

Ač byl v úvodu této kapitoly popsán elektromagnetický návrh strojů s axiálním tokem jako prakticky neměnný oproti strojům s radiálním tokem, pro jednotlivá uspořádání a druhy strojů se mohou objevit určité odlišnosti v návrhu a výpočtu parametrů náhradního schématu. Jako referenční je zvolen stroj s jedním rotorem a jedním statorem (tedy jednou vzduchovou mezerou) se zuby a jhem a vloženým vinutím.

3.2.1 *Stroj s více vzduchovými mezerami*

Pro lepší doplnění textu a rovnic je zde Obr. 28 uveden ještě jednou:



Obr. 40: Principiální schéma stroje s jedním magnetickým obvodem (a) a s magnetickým obvodem rozděleným na více dílčích částí (b) [18]

Na stroje s více statory a rotory lze obecně nahlížet jako na stroje s více vzduchovými mezerami. Toto označení je vhodné z ohledu na výkonovou rovnici a Essonův činitel (2.15), který výkonovou hustotu stroje definuje pomocí indukce ve vzduchové mezeře B_δ a příslušné obvodové proudové hustoty A . Při použití stroje např. se dvěma rotory a jedním statorem se tak může zdát, že při dodržení obou parametrů dojde ke zdvojnásobení výkonu stroje.

Pořád však musí platit základní rovnice pro výkon (2.1). Pokud zůstanou zachovány parametry statoru (velikost proudu, počet závitů v sérii) a dojde k pouhému rozdělení rotorů na dva (při zachování magnetické indukce), výkon se dle (2.1) nezmění. S ohledem na Essonův činitel k tomuto stavu můžeme přistupovat tak, že polovina vodičů zabírá s jednou vzduchovou mezerou a polovina s druhou; lineární obvodová proudová hustota je tak poloviční $A/2$, výkon ve vzduchových mezerách je úměrný $2B_\delta A/2$ a celkový výkon stroje je opět neměnný.

Tento přístup lze aplikovat při libovolném počtu statorů a rotorů; názorně je potvrzen při rozdělení na více magnetických obvodů (Obr. 40 b), kdy je každý stator opravdu rozdělen na více samostatných celků.

K nárůstu výkonu dojde, pokud je použito např. více stejných statorů; při sériovém řazení vinutí naroste indukované napětí; při paralelním naopak celkový fázový proud.

Dimenzování výšky permanentního magnetu stroje s jednou vzduchovou mezerou je možné popsat rovnicí

$$\frac{B_\delta}{\mu_0} \delta'' = H_m h_m, \quad (3.1)$$

kde μ_0 je permeabilita vakua, δ'' je délka jedné vzduchové mezery prodloužená vlivem Carterova činitele zahrnujícího vliv otevření drážky a činitel sycení magnetického obvodu k_F , H_m je velikost intenzity magnetického pole pracovního bodu magnetu a h_m je výška permanentního magnetu.

Srovnáním s Obr. 40 je h_m výška krajních magnetů, na které připadá jedna vzduchová mezeře. Na vnitřní magnety připadají dvě vzduchové mezery, tudíž výška magnetu bude $2h_m$.

Pro výpočet indukčnosti reakce kotvy (neboli magnetizační, hlavní indukčnosti) L_a stroje s jednou vzduchovou mezerou a povrchovými permanentními magnety je používán vztah

$$L_a = \mu_0 \alpha_\delta m \frac{t_p}{\pi p \left(\delta'' + \frac{h_m}{\mu_{rm}} \right)} l_{Fe} (N_s k_v)^2, \quad (3.2)$$

kde μ_{rm} je relativní permeabilita magnetu a $\delta'' + h_m/\mu_{rm}$ je magnetická délka vzduchové mezery z pohledu statorového vinutí. Ve stroji s více vzduchovými mezerami a jedním magnetickým obvodem uvažujeme sériové skládání magnetických odporů a celková magnetická vzduchová mezera δ_m je rovna součtu jednotlivých vzduchových mezer, tedy

$$\delta_m = 2 \left(\delta'' + \frac{h_m}{\mu_{rm}} \right) + (n_\delta - 2) \delta'' + \frac{(n_\delta - 2) 2h_m}{2 \mu_{rm}} = n_\delta \left(\delta'' + \frac{h_m}{\mu_{rm}} \right), \quad (3.3)$$

kde n_δ je počet vzduchových mezer. Pro indukčnost platí

$$L_a = \mu_0 \alpha_\delta m \frac{t_p}{\pi p n_\delta \left(\delta'' + \frac{h_m}{\mu_{rm}} \right)} l_{Fe} (N_s k_v)^2, \quad (3.4)$$

U stroje s více oddělenými cestami magnetického toku (Obr. 40 b) je možné na stroj nahlížet jako na soustavu více strojů, jejichž počet je dán počtem samostatných magnetických obvodů[†]. Indukčnost reakce kotvy krajních strojů (vnější rotor plus polovina přilehlého statoru) je definována jednou vzduchovou mezerou a jedním magnetem jako

$$L_{a1} = \mu_0 \alpha_\delta m \frac{t_p}{\pi p \left(\delta'' + \frac{h_m}{\mu_{rm}} \right)} l_{Fe} (N_{s1} k_v)^2, \quad (3.5)$$

kde N_{s1} je počet závitů v sérii statoru jednoho dílčího vinutí. Vnitřní stroj se skládá ze statorů se dvěma vinutími, dvou vzduchových mezer a jednoho permanentního magnetu o výšce $2h_m$. Indukčnost vnitřních strojů je definována dvěma vzduchovými mezerami, jedním magnetem o dvojnásobné výšce a dvěma vinutími jako

$$\begin{aligned} L_{a2} &= \mu_0 \alpha_\delta m \frac{t_p}{\pi p \left(2\delta'' + \frac{2h_m}{\mu_{rm}} \right)} l_{Fe} (2N_{s1} k_v)^2 = \\ &= 2\mu_0 \alpha_\delta m \frac{t_p}{\pi p \left(\delta'' + \frac{h_m}{\mu_{rm}} \right)} l_{Fe} (N_{s1} k_v)^2 = 2L_{a1} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Kvůli nerovnoměrnosti indukčností jednotlivých dílčích strojů a konstrukčního uspořádání při toroidním navíjení je předpokládáno sériové řazení vinutí (každé dílčí vinutí však může mít libovolný počet paralelních větví limitovaný parametry vinutí). Při sériovém řazení bude celková indukčnost rovna

$$L_a = 2 \cdot L_{a1} + \frac{n_\delta - 2}{2} \cdot (2L_{a1}) = n_\delta L_{a1} \quad (3.7)$$

Celkový počet závitů v sérii je $N_s = n_\delta N_{s1}$ a po dosazení a úpravě je obdržen vztah shodný s (3.4). Tato rovnice je univerzálně platná i pro uspořádání se vnějšími statory a vnitřními rotory.

Rozptylovou indukčnost jedné drážky $L_{\sigma 1d}$ lze definovat jako

[†] Přestože se vždy dvě vinutí mohou slučovat do jednoho při toroidním navíjení cívek dle Obr. 29

$$L_{\sigma 1d} = \mu_0 \lambda_d l_{Fe} (N_c \cdot 2u)^2, \quad (3.8)$$

kde λ_d je činitel magnetické vodivosti drážky a N_c je počet závitů cívky. Pro stroj s jednou vzduchovou mezerou připadá na jednu fázi

$$Q_f = \frac{Q}{m} \quad (3.9)$$

drážek. Rozptylová indukčnost drážek jedné fáze je rovna

$$L_{\sigma d} = L_{\sigma 1d} \frac{Q}{m} = \mu_0 \lambda_d l_{Fe} (N_c \cdot 2u)^2 \frac{Q}{m} \quad (3.10)$$

Počet závitů v sérii jedné fáze je

$$N_s = N_c \frac{Q}{m} \cdot \frac{2u}{2} \quad (3.11)$$

Vyjádřením z této rovnice

$$N_c \cdot 2u = \frac{2N_s}{Q} m \quad (3.12)$$

a dosazením do (3.10) při použití definice $Q = 2pmq$ lze odvodit

$$L_{\sigma d} = \mu_0 \lambda_d l_{Fe} \left(\frac{2N_s}{2pmq} m \right)^2 \frac{2pmq}{m} = 2\mu_0 \frac{\lambda_d}{pq} l_{Fe} N_s^2, \quad (3.13)$$

čímž je obdržen běžně používaný vztah. U stroje s více vzduchovými mezerami (platí pro stroje se jhem) je počet samostatných vinutí roven počtu vzduchových mezer n_δ a tolikrát se zvýší celkový počet drážek. Rovnice (3.10) - (3.13) pak přejdou do tvaru

$$L_{\sigma d} = \mu_0 \lambda_d l_{Fe} (N_c \cdot 2u)^2 \frac{Q n_\delta}{m} \quad (3.14)$$

$$N_s = N_c \frac{Q n_\delta}{m} \cdot \frac{2u}{2} \quad (3.15)$$

$$N_c \cdot 2u = \frac{2N_s}{Q n_\delta} m \quad (3.16)$$

$$L_{\sigma d} = \mu_0 \lambda_d l_{Fe} \left(\frac{2N_s}{2pmq n_\delta} m \right)^2 \frac{2pmq n_\delta}{m} = 2\mu_0 \frac{\lambda_d}{pq n_\delta} l_{Fe} N_s^2 \quad (3.17)$$

Stejný princip platí pro rozptylovou indukčnost čel; činitel magnetické vodivosti rozptylové indukčnosti čel λ_c je dle empirického vztahu definován jako

$$\lambda_c = 0,34 \frac{q}{l_{Fe}} (l_c - 0,64\beta t_p) \quad (3.18)$$

Rozptylová indukčnost čel závisí zejména na jejich tvaru, ale také na možnosti částečného uzavírání rozptylového toku magneticky vodivými částmi stroje. Její určení není jednoduché, proto bude tento empirický vztah použit i pro stroje s axiálním tokem. Za délku čela je však nutné dosadit střední hodnotu obou čel, stejně tak jako pólovou rozteč definovanou na středním průměru D_1 , tedy

$$\lambda_c = 0,34 \frac{q}{l_{Fe}} \left(\frac{l_{ce} + l_{ci}}{2} - 0,64\beta t_p \right) \quad (3.19)$$

Pro výpočet rozptylové indukčnosti čel lze použít vztah obdobný k (3.17). Rozptylová indukčnost diferenčního rozptylu je definována pomocí činitele diferenčního rozptylu τ_{dif} a indukčnosti reakce kotvy. Hlavní a celková rozptylová indukčnost jsou tak rovny

$$L_a = \mu_0 \alpha_\delta m \frac{t_p}{\pi p n_\delta \left(\delta'' + \frac{h_m}{\mu_{rm}} \right)} l_{Fe} (N_s k_v)^2 , \quad (3.20)$$

$$L_\sigma = 2\mu_0 \frac{\lambda_d + \lambda_\Sigma}{p q n_\delta} l_{Fe} N_s^2 + \tau_{dif} L_a$$

Pokud je dodržen celkový počet závitů v sérii, indukčnost stroje je nepřímo úměrná počtu vzduchových mezer. N_s je však celkový počet závitů v sérii celého vinutí; pokud při použití více shodných satorů naroste počet závitů v sérii a počet vzduchových mezer lineárně, indukčnost stroje také naroste lineárně.

Konstrukce s oddělenými magnetickými obvody je také zajímavá z pohledu spřaženého toku a toku produkovaného vinutím. Pokud je použito toroidní vinutí, tok s cívkami spřažený je tok jhem, který vzniká rozdělením toku zubem mezi dvě přilehlá jha. A obráceně, tok statoru procházející vzduchovou mezerou definuje indukčnost a vždy se skládá ze dvou toků vybuzených sousedními cívkami. Pro toto uspořádání by však byla nutná detailnější analýza.

3.2.2 Stroj bez jha (Yokeless And Segmented Armature - YASA)

Návrh rotoru stroje bez jha se nijak neodlišuje od ostatních strojů s axiálním tokem; při návrhu statoru je nutné dát pozor na výpočet výšky drážky (axiální délky celého statoru), protože drážka je otevřená na obou stranách a výška drážky h_d a zubu h_z je určena jako

$$h_z = h_d = h_{d3} + 2(h_{d1} + h_{d0}) , \quad (3.21)$$

kde h_{d3} je výška aktivní části drážky, h_{d1} výška oblasti drážkového klínu a h_{d0} výška otevření drážky. Oblast drážkového klínu tyto drážky často nemají ($h_{d1} = 0$) Tato geometrie zároveň ovlivňuje celkový magnetický tok rozptylového pole drážky i čel vinutí. Indukčnost reakce kotvy (a z ní odvozená indukčnost diferenčního rozptylu) je vypočtena dle (3.20).

3.2.2.1 Rozptylová indukčnost drážky

Principiální porovnání fyzikální podstaty rozptylového toku drážky se jhem a bez jha je zobrazeno na Obr. 41. Činitel magnetické vodivosti rozptylové indukčnosti drážky lze dle [17] obecně vyjádřit jako

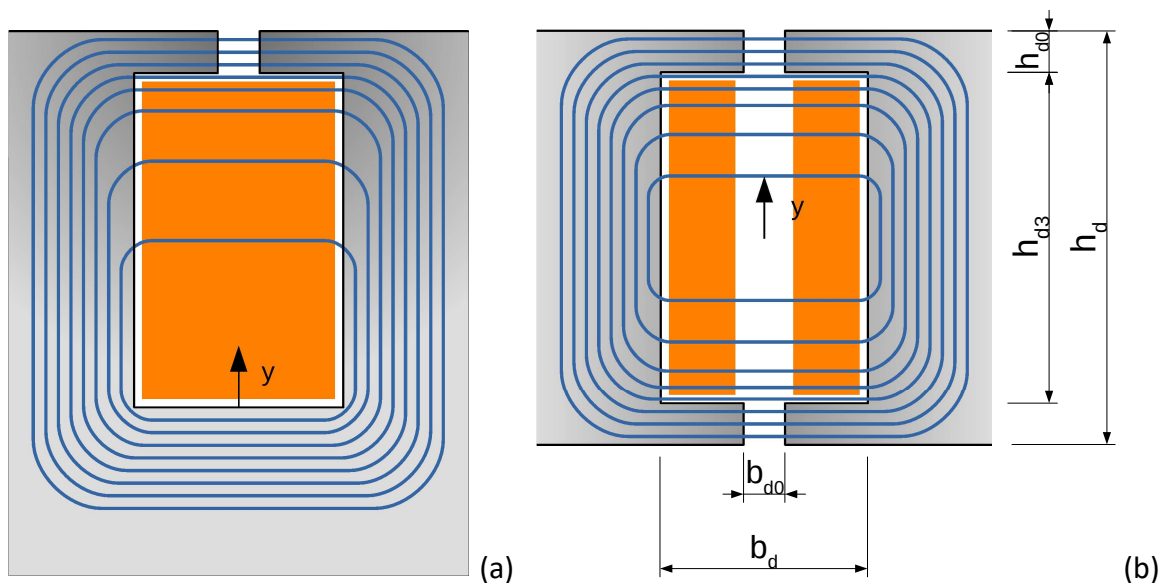
$$\lambda_d = \int_0^h \frac{S^2(y)}{S^2(h)l(y)} dy , \quad (3.22)$$

kde $S(y)$ je plocha aktivní části drážky ohraničená danou siločárou, $S(h)$ je celková aktivní plocha a $l(y)$ je délka siločáry v drážce. Pro drážku se jhem lze odvodit činitel magnetické vodivosti aktivní části drážky (λ_{d3}) a otevření drážky (λ_{d0}) jako

$$\lambda_{d3} = \int_0^{h_{d3}} \frac{b_d^2 y^2}{b_d^2 h_{d3}^2 b_d} dy = \frac{h_{d3}}{3b_d}$$

$$\lambda_{d0} = \int_0^{h_{d0}} \frac{b_d^2 h_{d3}^2}{b_d^2 h_{d3}^2 b_{d0}} dy = \frac{h_{d0}}{b_{d0}} \quad (3.23)$$

kde b_d je šířka drážky a b_{d0} je šířka otevření drážky. Tyto vztahy jsou běžně používány pro obdélníkovou drážku.



Obr. 41: Porovnání siločar rozptylového toku polouzavřené drážky se jhem (a) a bez jha (b) včetně vyznačení základních rozměrů

Pro uspořádání bez jha je drážka symetrická a každá siločára projde prostorem drážky dvakrát. Vztahy pro činitele magnetické vodivosti mají tvar

$$\lambda_{d3} = \int_0^{\frac{h_{d3}}{2}} \frac{b_d^2 (2y)^2}{b_d^2 h_{d3}^2 \cdot 2b_d} dy = \frac{2}{h_{d3}^2 b_d} \int_0^{\frac{h_{d3}}{2}} y^2 dy = \frac{2}{h_{d3}^2 b_d} \frac{h_{d3}^3}{24} = \frac{h_{d3}}{12b_d} \quad (3.24)$$

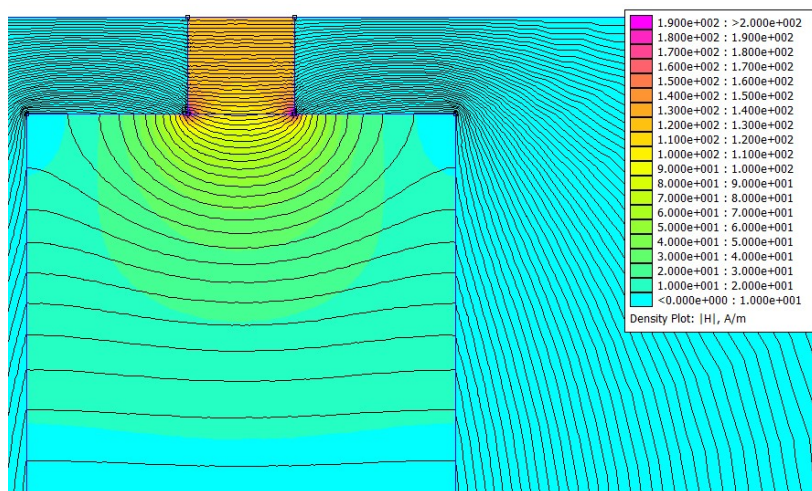
$$\lambda_{d0} = \int_0^{h_{d0}} \frac{b_d^2 h_{d3}^2}{b_d^2 h_{d3}^2 2b_{d0}} dy = \frac{1}{2b_{d0}} \int_0^{h_{d0}} 1 dy = \frac{h_{d0}}{2b_{d0}}$$

Tyto vztahy jsou ověřeny pomocí metody konečných prvků pro dva rozměry drážky a výsledky jsou shrnuty v Tab. 3. Pro oblast otevření drážky jsou výsledky prakticky totožné, naopak pro aktivní oblast drážky jsou rozdíly velmi výrazné.

Tab. 3: Porovnání činitele magnetické vodivosti drážky vypočteného analyticky a pomocí metody konečných prvků

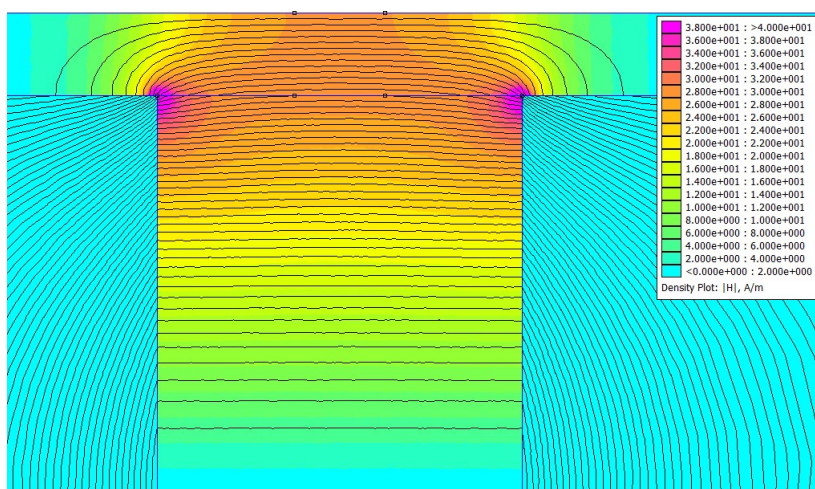
Rozměry				Analyticky		MKP		
b_{d0} [mm]	h_{d0} [mm]	b_d [mm]	h_{d3} [mm]	λ_{d0} [-]	λ_{d3} [-]	Polouzavřená λ_{d0} [-]	Polouzavřená λ_{d3} [-]	Otevřená λ_{d3} [-]
4	3,6	16	35	0,450	0,182	0,451	0,338	0,183
1	3,6	5	35	1,800	0,583	1,778	0,764	0,585

Pohled na rozložení intenzity magnetického pole a jeho siločar polouzavřené drážky je zobrazen na Obr. 42. Na hranici otevření drážky je použita okrajová podmínka nulového magnetického potenciálu $A = 0$; tím je definován tvar siločar v oblasti otevření drážky. V aktivní oblasti drážky se však projeví zakřivení siločar vlivem otevření drážky, což má za důsledek nárůst rozptylové indukčnosti a činitele λ_{d3} .



Obr. 42: Výpočet rozptylové indukčnosti polouzavřené drážky

Pro ověření analyticky vypočtené hodnoty byl proveden MKP výpočet i pro otevřenou drážku; pro porovnání nebyl potlačen okrajový jev na rozhraní zub-vzduchová mezera (Obr. 43). Hodnota činitele λ_{d3} v Tab. 3 je vypočtena pouze pro oblast drážky; shoda s analytickým výrazem je téměř stoprocentní.



Obr. 43: Výpočet rozptylové indukčnosti otevřené drážky včetně okrajového jevu

Okrajový jev přidává další paralelní cestu rozptylovému magnetickému toku drážky a zvyšuje jeho indukčnost; v literatuře (např. [5]) je tato rozptylová indukčnost označována pomocí výrazu „Tooth tip leakage inductance“, který je do češtiny volně přeložitelný jako rozptylová indukčnost povrchu zubu (dalo by se však na ni nahlížet jako na další složku rozptylové indukčnosti drážky, ačkoli je ovlivněná také velikostí vzduchové mezery). Činitel magnetické vodivosti λ_{tt} je zde určen jako

$$\lambda_{tt} = \frac{5 \frac{\delta}{b_{d0}}}{5 + 4 \frac{\delta}{b_{d0}}} \quad (3.25)$$

Pro uspořádání statoru bez jha platí stejné pravidlo jako pro oblast otevření drážky v (3.24) a pro tento typ stroje bude činitel magnetické vodivosti upraven jako

$$\lambda_{tt} = \frac{5 \frac{\delta}{b_{d0}}}{10 + 8 \frac{\delta}{b_{d0}}} \quad (3.26)$$

Je proveden analytický výpočet činitele λ_{tt} pro rozměry drážky dle Tab. 3 a délku vzduchové mezery $\delta = 3,6$ mm a porovnání s výsledky MKP analýzy je shrnuto v Tab. 4. Výsledky vykazují téměř stoprocentní shodu; velikost činitele magnetické vodivosti povrchu zubu je řádově minimálně 2x menší oproti činiteli pro otevření drážky, v závislosti na velikosti vzduchové mezery.

Tato indukčnost se dosud na FEL ZČU neuvažovala; pro jiné stroje než stroje s povrchovými permanentními magnety je její hodnota velice nízká. Pro stroje s povrchovými magnety je možné ji uplatnit, avšak je pravděpodobné, že její část je již zahrnuta v indukčnostech vzduchové mezery (hlavní + diferenční rozptyl), protože Carterův činitel uvažuje pouze částečný pokles magnetické indukce pod otevřením drážky, což může být právě způsobeno touto rozptylovou indukčností.

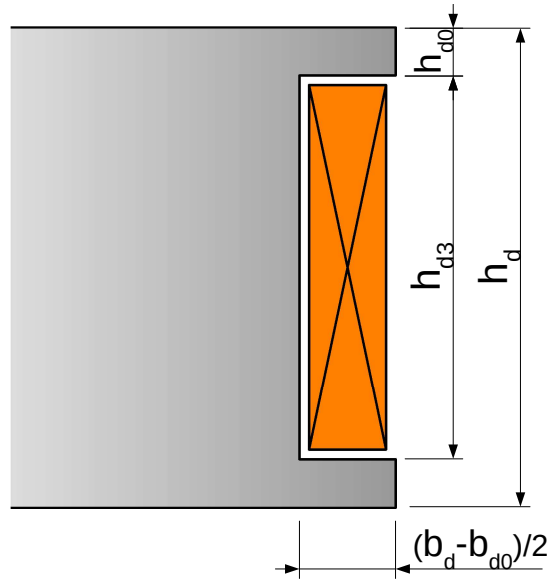
Tab. 4: Porovnání činitele magnetické vodivosti povrchu zubu vypočteného analyticky a pomocí metody konečných prvků

Rozměry			Analyticky		MKP	
			Polouzavřená	Otevřená	Polouzavřená	Otevřená
δ [mm]	b_{d0} [mm]	b_d [mm]	λ_{tt} [-]	λ_{tt} [-]	λ_{tt} [-]	λ_{tt} [-]
3,6	4	16	0,262	0,095	0,254	0,095
3,6	1	5	0,464	0,228	0,458	0,222

Ačkoliv má stroj YASA dvě vzduchové mezery, které ovlivní výpočet hlavní indukčnosti dle (3.2), tak obsahuje pouze jednu sadu vinutí a pro výpočet rozptylových indukčností spojených s drážkou je nutné **použít $n_\delta = 1$ v (3.17)**.

3.2.2.2 Rozptylová indukčnost čel

U tohoto vinutí bude vždy předpokládáno dvouvrstvé vinutí ($2u = 2$) s paralelně umístěnými cívkami vedle sebe, viz Obr. 30. Okolo každého zubu je navinuta cívka a na zubu je zubový nástavec tvořící zároveň otevření drážky. Tangenciální průřez zubem a jeho cívkou je zobrazen na Obr. 44.



Obr. 44: Geometrie prostoru čel

Standardní definice indukčnosti čel vychází z předpokladu, že do prostoru čel vinutí nezasahuje magnetický obvod statoru. To u tohoto uspořádání neplatí a indukčnost čel vinutí lze předpokládat několikanásobně vyšší.

Rozptylovou indukčnost obou čel jedné cívky lze ekvivalentně ke standardní definici drážkové indukčnosti definovat jako

$$L_{\sigma 1\check{c}} = \mu_0 \lambda_{\check{c}} (b_{zmax} + b_d - b_{d0} + b_{zmin} + b_d - b_{d0}) N_c^2 = \mu_0 \lambda_{\check{c}} 2(b_z + b_d - b_{d0}) N_c^2, \quad (3.27)$$

kde $b_z + b_d - b_{d0}$ je střední šířka zubového nástavce; pro výpočet indukčnosti čel vinutí je ekvivalentní k hloubce úlohy. Odvození indukčnosti jedné fáze je dále již standardní dle (3.9) - (3.13). Výsledný tvar pro rozptylovou indukčnost čel je

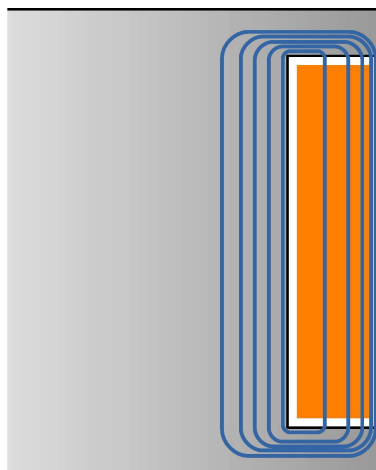
$$L_{\sigma\check{c}} = \mu_0 \frac{\lambda_{\check{c}}}{pq} (b_z + b_d - b_{d0}) N_s^2 \quad (3.28)$$

Pro výpočet činitele magnetické vodivosti rozptylu čel je jeho geometrie rozdělena do tří částí.

3.2.2.2.1 Oblast vinutí

Na rozptylový tok čel procházející vinutím (Obr. 45) lze nahlížet stejně, jako na rozptylový tok otevřenou drážkou a čísel magnetické vodivosti rozptylu čel procházejícího vinutím $\lambda_{\check{c}v}$ je možné určit dle (3.23) jako

$$\lambda_{\check{c}v} = \frac{b_d - b_{d0}}{6h_{d3}} \quad (3.29)$$

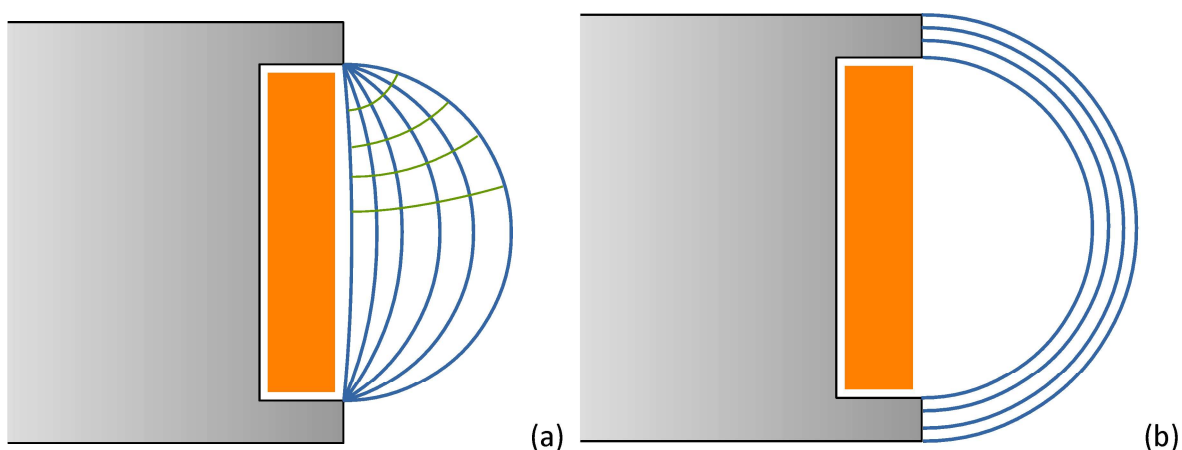


Obr. 45: Siločáry rozptylového toku čel v oblasti vinutí

Vzhledem ke tvaru „drážky“ (velká šířka a malá výška) lze očekávat tvar siločar výrazněji odlišný od idealizovaného tvaru (Obr. 45), než v případě klasické drážky.

3.2.2.2 Zbývající oblast okolí statoru

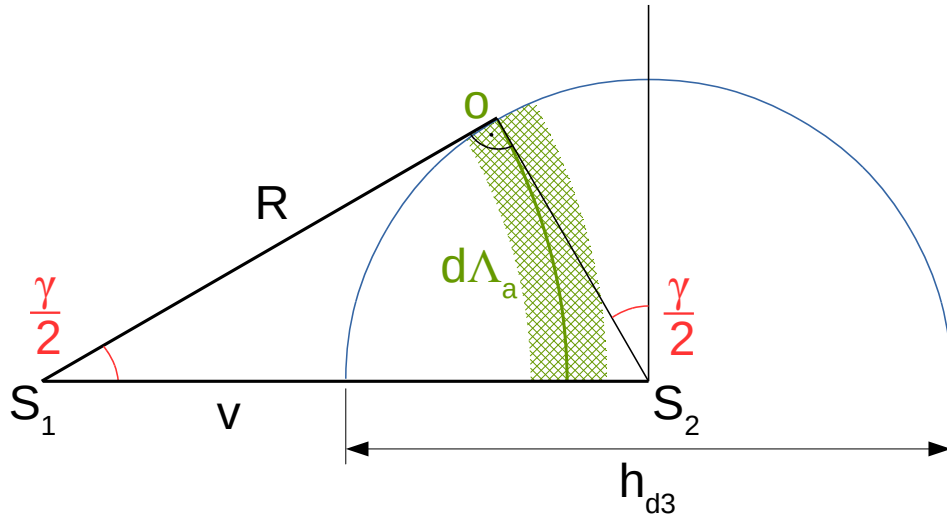
Pro přechod z přímkových siločar vedoucích skrz vodiče (Obr. 45) na siločáry tvaru půlkružnice vycházející z drážkového nástavce (Obr. 46 b) budeme předpokládat, že všechny siločáry vycházejí z vnitřní hrany drážkového nástavce (Obr. 46 a). Zeleně jsou v tomto obrázku naznačeny čáry se stejnou intenzitou magnetického pole.



Obr. 46: Siločáry rozptylového toku čel v oblasti okolí statoru

Pro siločáry rozptylového toku mimo oblast vinutí bude určena magnetická vodivost (reluktance) rozptylové cesty a z ní následně činitel magnetické vodivosti.

Směr magnetického pole je v Obr. 46 vyznačen siločárami (modré). Zelenými čarami jsou v Obr. 46 a) vyznačeny oblasti se stejnou intenzitou magnetického pole. Ty jsou využity pro výpočet elementů magnetické vodivosti této rozptylové cesty „a“. Detailní popis definice elementu magnetické vodivosti této cesty $d\Lambda_a$ je zobrazen na Obr. 47.



Obr. 47: Grafický popis výpočtu elementu magnetické vodivosti rozptylové cesty „a“

Oblouk o je možné jednoznačně definovat pomocí středového úhlu γ . Tomu odpovídá pozice středů $S_1 S_2$

$$|S_1 S_2| = v = \frac{h_{d3}}{2 \sin \frac{\gamma}{2}}, \quad (3.30)$$

délka poloměru R

$$R = \frac{h_{d3}}{2} \cotan \frac{\gamma}{2}, \quad (3.31)$$

a délka oblouku o

$$o = \frac{\gamma}{2} R = \frac{h_{d3}}{2} \frac{\gamma}{2} \cotan \frac{\gamma}{2} \quad (3.32)$$

Každému oblouku o přísluší elementární vrstva magnetické vodivosti $d\Lambda_a$, kterou je nutné definovat v cylindrickém souřadném systému se středem v bodě S_1 . Detailní popis výpočtu magnetické vodivosti je shrnut v Příloze 2

Pro limitní středový úhel $\gamma \rightarrow \pi$ se délka oblouku o limitně blíží k nule a magnetická vodivost této vrstvy také; tím by i celé cestě dle Obr. 46 a) byla přiřazena nulová magnetická vodivost a toto fyzikální přiblížení neodpovídá realitě.

Proto je určena také magnetická vodivost elementu cesty „b“ dle Obr. 46 b) připadající na element středového úhlu $d\gamma/2$ $d\Lambda_b$ jako

$$d\Lambda_b = \int_{\frac{h_{d3}}{2}}^{\frac{h_{d3}}{2} + h_{d0}} \mu_0 \frac{dr}{r \cdot \frac{d\gamma}{2}} = \frac{2\mu_0}{d\gamma} \ln \frac{h_{d3} + 2h_{d0}}{h_{d3}} = \frac{2\mu_0}{d\gamma} \ln \left(1 + 2 \frac{h_{d0}}{h_{d3}} \right) \quad (3.33)$$

Je určena magnetická vodivost elementu obou paralelních cest $d\Lambda$ jako součet

$$d\Lambda(\gamma) = d\Lambda_a(\gamma) + d\Lambda_b = \mu_0 R(\gamma) \int_0^{\frac{\gamma}{2}} \frac{d\beta(\gamma)}{\Delta r(\gamma, \beta)} + \frac{2\mu_0}{d\gamma} \ln \left(1 + 2 \frac{h_{d0}}{h_{d3}} \right), \quad (3.34)$$

která je stále platná pro úlohu o jednotkové hloubce. Dle definice indukčnosti a porovnáním s (3.27) lze odvodit činitel magnetické vodivosti daného elementu jako

$$d\lambda_{a,b}(\gamma) = \frac{d\Lambda_{a,b}(\gamma)}{\mu_0} = R(\gamma) \int_0^{\frac{\gamma}{2}} \frac{d\beta(\gamma)}{\Delta r(\gamma, \beta)} + \frac{2 \ln \left(1 + 2 \frac{h_{d0}}{h_{d3}} \right)}{d\gamma} \quad (3.35)$$

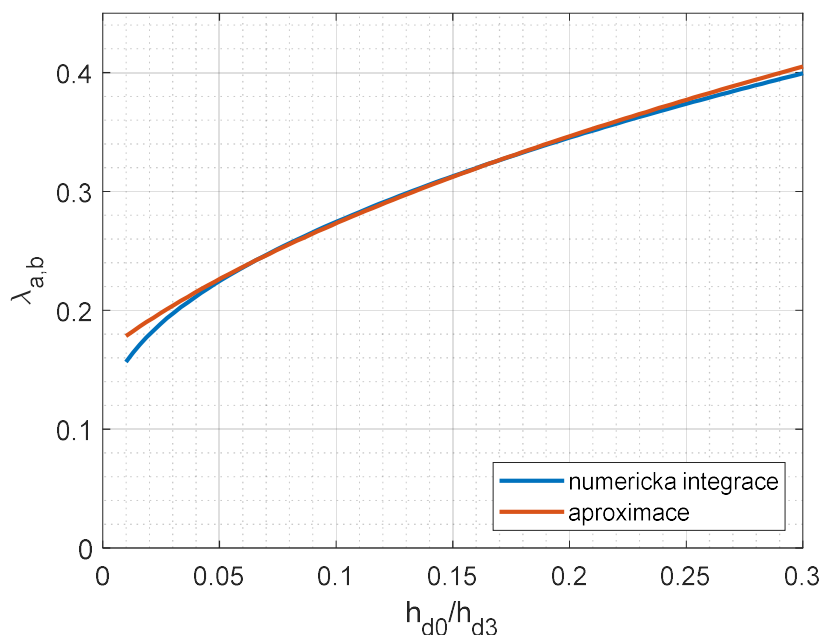
Celkový činitel magnetické vodivosti obou paralelních cest je pak vytvořen jako ekvivalent k sériovému skládání elementů vodivosti $d\lambda_{a,b}$

$$\lambda_{a,b} = \frac{1}{2} \left(\int_0^{\pi} \frac{1}{d\lambda_{a,b}(\gamma)} \right)^{-1} \quad (3.36)$$

Činitel magnetické vodivosti je vypočten numerickou integrací a na Obr. 48 je zobrazena jeho závislost na poměrné velikosti otevření drážky. Reálně použitelná hodnota poměru h_{d0}/h_{d3} je v rozsahu 0,05 - 0,2. Pro hodnoty v tomto rozsahu je aproximací určen empirický vztah pro činitel magnetické vodivosti rozptylu čel

$$\lambda_{a,b} = 0,66 \left(\frac{h_{d0}}{h_{d3}} + 0,05 \right)^{0,465} \quad (3.37)$$

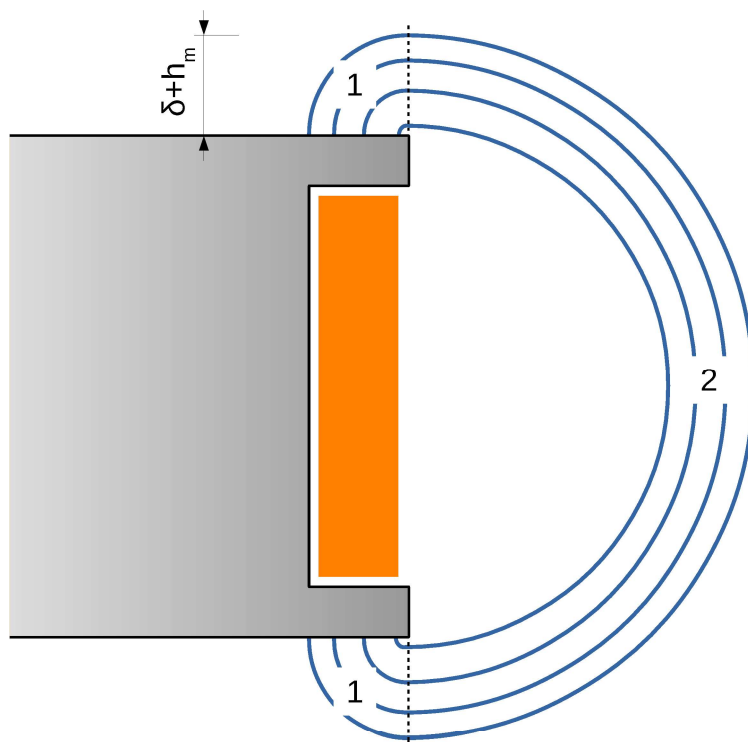
a na Obr. 48 je zároveň zobrazeno porovnání výpočtu a aproximovaných hodnot.



Obr. 48: Porovnání činitele magnetické vodivosti oblastí „a“ a „b“ získaného numerickou integrací a jeho aproximace.

3.2.2.2.3 Oblast vzduchové mezery

Třetí složka rozptylu čel vinutí λ_c (viz Obr. 49) je vytvořena díky magnetické vzduchové mezeře a siločáry přímo navazují na oblast dle Obr. 46 b). Tuto složku je nutné dle Obr. 49 rozdělit do dvou podoblastí 1 a 2.



Obr. 49: Siločáry rozptylového toku čel vzniklého díky vzduchové mezeře

Při snaze o výpočet v cylindrickém souřadném systému podoblasti 1 by vztah pro činitel magnetické vodivosti vypadal takto:

$$\lambda_{c1} = \int_0^{\delta+h_m} \frac{dr}{\pi r} = \frac{1}{\pi} [\ln r]_0^{\delta+h_m} \quad (3.38)$$

Tento určitý integrál nemá reálné řešení ($\ln 0 \rightarrow -\infty$). Proto je tento činitel určen v kartézských souřadnicích pomocí střední délky siločáry jako

$$\lambda_{c1} = \frac{\delta + h_m}{\pi \frac{(\delta + h_m)}{2}} = \frac{2}{\pi} \quad (3.39)$$

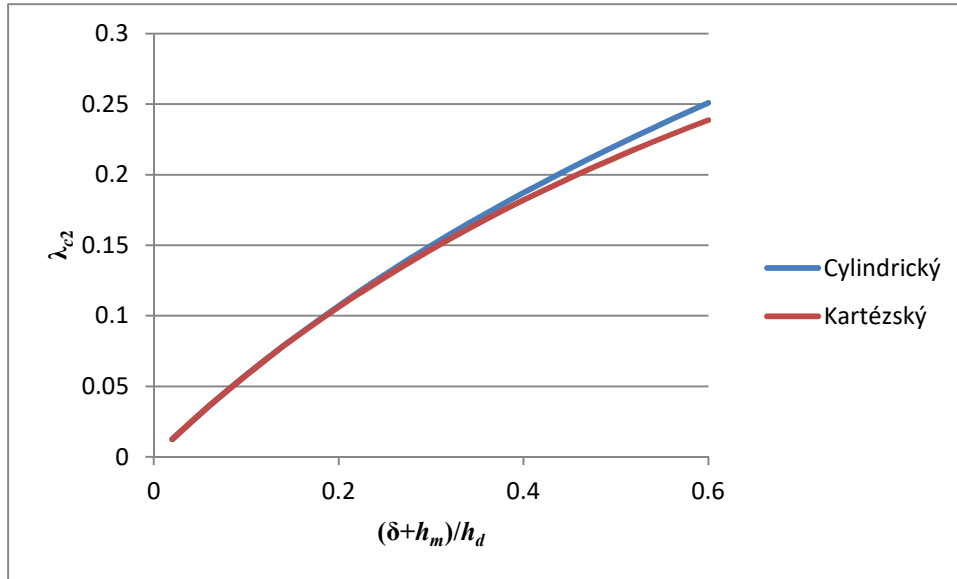
Obdobně lze určit činitel magnetické vodivosti čel podoblasti 2 v cylindrickém souřadném systému

$$\lambda_{c2} = \int_{\frac{h_d}{2}}^{\frac{h_d}{2}+\delta+h_m} \frac{dr}{\pi r} = \frac{1}{\pi} \ln \left(1 + 2 \frac{\delta + h_m}{h_d} \right) \quad (3.40)$$

nebo v kartézském souřadném systému

$$\lambda_{c2} = \frac{\delta + h_m}{\frac{h_d + \delta + h_m}{2} \cdot \pi} = \frac{2}{\pi} \frac{\delta + h_m}{h_d + \delta + h_m} \quad (3.41)$$

Porovnání obdržných hodnot pomocí obou přístupů je zobrazeno v grafu na Obr. 50. Výpočet v kartézském souřadném systému má pro relativně vysoký poměr mezi vzduchovou mezerou a výškou drážky ($\sim 0,4$) odchylku od výpočtu v cylindrickém souřadném systému menší než 3 %. Pro další výpočty bude použita hodnota vypočtena v kartézském souřadném systému, aby byl výpočet pro obě podoblasti sjednocený.



Obr. 50: Porovnání činitele magnetické vodivosti λ_{c2} určeného v cylindrickém a kartézském souřadném systému

Výsledný činitel magnetické vodivosti je určen pomocí sériového řazení obou podoblastí

$$\lambda_c = \left(\frac{1}{\lambda_{c1}} + \frac{1}{\lambda_{c2}} \right)^{-1} = \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \frac{h_d + \delta + h_m}{\delta + h_m} \right)^{-1} = \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{h_d + 2\delta + 2h_m}{\delta + h_m} \right) \right]^{-1} = \frac{2}{\pi} \frac{\delta + h_m}{h_d + 2\delta + 2h_m} \quad (3.42)$$

3.2.2.2.4 Výsledný činitel magnetické vodivosti čel

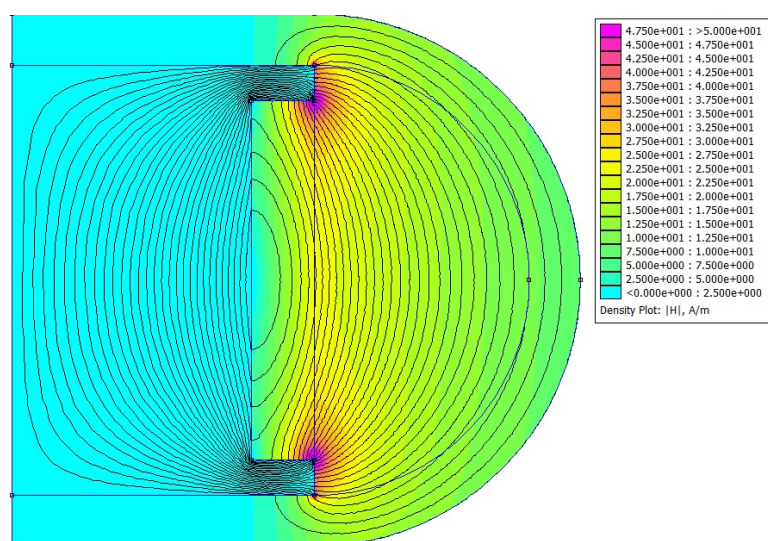
Výsledný činitel magnetické vodivosti čel je díky jejich paralelnímu řazení roven

$$\lambda_{\Sigma} = \lambda_{\Sigma v} + \lambda_{a,b} + \lambda_c = \frac{b_d - b_{d0}}{3h_{d3}} + 0,66 \left(\frac{h_{d0}}{h_{d3}} + 0,05 \right)^{0,465} + \frac{2}{\pi} \frac{\delta + h_m}{h_d + 2\delta + 2h_m} \quad (3.43)$$

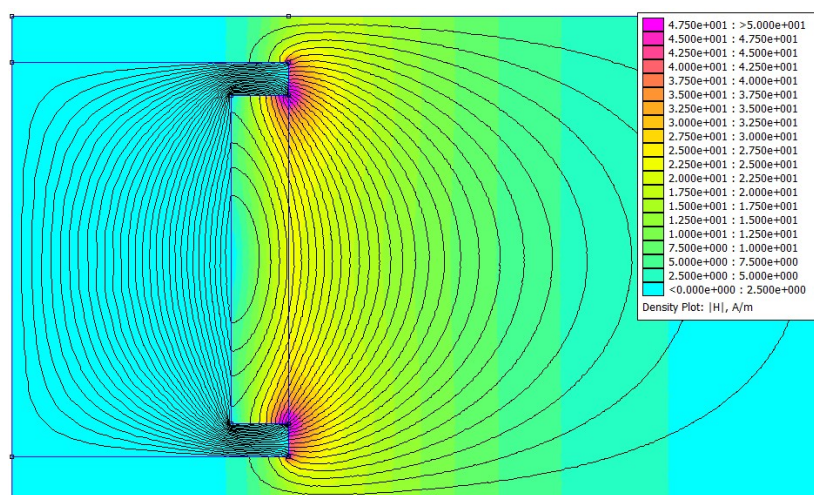
Pro ověření použité metody a vypočtených hodnot je vytvořeno několik konečněprvkových modelů a vypočten činitel magnetické vodivosti čel. Volené rozměry a porovnání výsledků jsou shrnuty v Tab. 5. Pro potvrzení metody je uvažována kruhová oblast rozptylu čel vinutí (Obr. 51) a pro odhad odchylky skutečného stroje je použita obdélníková oblast v okolí zubu (Obr. 52). Do Tab. 5 je pak přidána relativní odchylka analyticky určené hodnoty od výsledků získaných pomocí MKP. Při uvažování kruhové oblasti čel je analytický výpočet pro nejpravděpodobnější poměr rozměrů o 5 % menší oproti MKP; při uvažování obdélníkového prostoru v okolí čel vinutí odchylka naroste přibližně o 10 %.

Tab. 5: Porovnání činitele magnetické vodivosti čel vypočteného analyticky a pomocí metody konečných prvků

Rozměry			Analyticky	MKP - kruhová oblast		MKP - obdélníková oblast	
h_{d3} [mm]	h_{d0} [mm]	$\delta+h_m$ [mm]	λ_z [-]	λ_z [-]	δ [%]	λ_z [-]	δ [%]
40.58	0.81	3	0.281	0.325	-13.55	0.365	-22.94
40.58	0.81	5	0.303	0.350	-13.49	0.392	-22.76
40.58	0.81	8	0.329	0.380	-13.42	0.424	-22.36
38.4	1.9	3	0.318	0.351	-9.38	0.395	-19.39
38.4	1.9	5	0.340	0.375	-9.52	0.421	-19.32
38.4	1.9	8	0.366	0.406	-9.74	0.453	-19.10
35.2	3.5	3	0.370	0.389	-4.74	0.437	-15.35
35.2	3.5	5	0.391	0.412	-5.07	0.462	-15.35
35.2	3.5	8	0.418	0.443	-5.56	0.493	-15.29
30.2	6	3	0.453	0.451	0.30	0.507	-10.68
30.2	6	5	0.474	0.475	-0.16	0.531	-10.73
30.2	6	8	0.500	0.505	-0.90	0.561	-10.79
26.4	7.9	3	0.521	0.505	3.15	0.565	-7.80
26.4	7.9	5	0.543	0.529	2.62	0.589	-7.86
26.4	7.9	8	0.569	0.559	1.79	0.619	-7.97



Obr. 51: Výpočet činitele magnetické vodivosti rozptylu čel pro kruhovou oblast



Obr. 52: Výpočet činitele magnetické vodivosti rozptylu čel pro obdélníkovou oblast

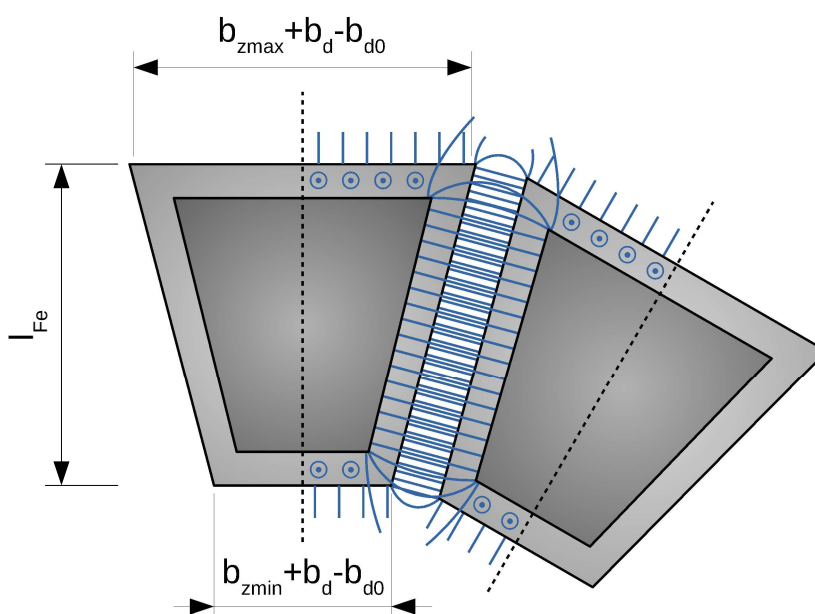
3.2.2.3 Zhodnocení

Matematicky popsat siločáry rozptylového toku drážky a čel vinutí bez jha je velmi náročný úkol. Předpokládaný směr siločar je naznačen v axiálním pohledu na dva zuby statoru na Obr. 53. Hloubka úlohy pro výpočet rozptylové indukčnosti čel $b_z + b_d - b_{d0}$ je ve skutečnosti proměnná; uplatní se však zároveň okrajové jevy, které není možné postihnout; tento rozměr bude tedy ponechán.

Při výpočtu rozptylové indukčnosti drážky je použita délka železa l_{Fe} ; ta se uplatní pro oblast otevření drážky, ale v aktivní části drážky bychom teoreticky měli uvažovat délku paketu zubu

$$l_{Fez} = l_{Fe} - (b_d - b_{d0}) = l_{Fe} - b_d + b_{d0} \quad (3.44)$$

Opět se však uplatní okrajové jevy, a tak je pro dodržení jednotnosti výpočtu rozptylové indukčnosti drážky použita hloubka l_{Fe} pro všechny dílčí části.



Obr. 53: Přibližný přehled směru jednotlivých siločar

Výsledné vztahy pro výpočet indukčností strojů bez jha s polouzavřenou drážkou jsou shrnuty:

$$\begin{aligned}
L_a &= \mu_0 \alpha_\delta m \frac{t_p}{\pi p n_\delta \left(\delta'' + \frac{h_m}{\mu_{rm}} \right)} l_{Fe} (N_s k_v)^2 \\
\lambda_d &= k_{Cu} \frac{h_{d3}}{12 b_d} + k_{ke} \frac{h_{d0}}{2 b_{d0}} \\
L_{\sigma d} &= 2 \mu_0 \frac{\lambda_d}{pq} l_{Fe} N_s^2 \\
\lambda_{tt} &= k_{ke} \frac{5 \frac{\delta}{b_{d0}}}{10 + 8 \frac{\delta}{b_{d0}}} \\
L_{\sigma tt} &= 2 \mu_0 \frac{\lambda_{tt}}{pq} l_{Fe} N_s^2
\end{aligned} \tag{3.45}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{\check{c}} &= \frac{b_d - b_{d0}}{3 h_{d3}} + 0,66 \left(\frac{h_{d0}}{h_{d3}} + 0,05 \right)^{0,465} + \frac{2}{\pi} \frac{\delta + h_m}{h_d + 2\delta + 2h_m} \\
L_{\sigma \check{c}} &= \mu_0 \frac{\lambda_{\check{c}}}{pq} (b_z + b_d - b_{d0}) N_s^2 \\
L_\sigma &= L_{\sigma d} + L_{\sigma tt} + L_{\sigma \check{c}} + \tau_{dif} L_a
\end{aligned}$$

Ve vztahu pro výpočet činitele magnetické vodivosti rozptylu drážky se objevili činitelé k_{Cu} a k_{ke} respektující snížení indukčnosti vlivem zkrácení kroku vícevrstvých vinutí. Pro standardní dvouvrstvé postupné třífázové vinutí s cívkovými stranami umístěnými v drážce nad sebou je historicky odvozený tvar

$$\begin{aligned}
k_{ke} &= 0,25(1 + 3\beta) \\
k_{Cu} &= 0,25(1 + 3k_{ke})
\end{aligned} \tag{3.46}$$

pro činitel zkrácení kroku $\beta \in \langle 2/3 ; 4/3 \rangle$. Pro cívkové strany uspořádané vedle sebe (platí pro toto vinutí) byl v [31] odvozen vztah

$$k_{ke} = k_{Cu} = 0,25(1 + 3\beta) , \tag{3.47}$$

který je možné dosadit do (3.45).

Obecně vyšly všechny činitele magnetické vodivosti menší, než při jejich ověření pomocí 2D MKP. Reálný stator bude mít zaoblené ostré hrany v Obr. 53 a zejména při provozním stavu bude docházet k lokálnímu sycení stroje, které výslednou indukčnost o něco sníží; hodnocení použitelnosti prezentovaných výpočtů tak nechme až po porovnání s 3D MKP. Vzhledem ke komplikované geometrii bude až 20 % odchylka považována za úspěch.

3.2.3 Stroj bez železa na statoru

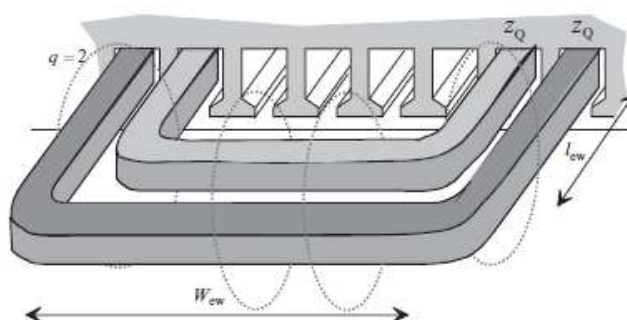
Stator je tvořen vinutím v nemagnetickém pouzdře. Toto uspořádání se téměř výhradně používá u strojů se dvěma rotory a jedním statorem. Zde je nutné rozlišovat tři druhy vzduchové mezery. První z nich je mechanická vzduchová mezera mezi povrchem permanentních magnetů rotoru a povrchem vinutí. Ta musí být dostatečně dimenzovaná z mechanického hlediska.

Součástí magnetické vzduchové mezery δ_m je i stator samotný o výšce h_s ; její délka je proto rovna vzdálenosti permanentních magnetů obou rotorů (viz Obr. 21)

$$\delta_m = 2\delta + h_s \quad (3.48)$$

Magnetická vzduchová mezera z pohledu vinutí je navíc prodloužena o výšku obou permanentních magnetů ($\delta_m + 2h_m$).

Při použití postupného vinutí statoru (Obr. 34) je možné počítat s klasickým vztahem pro výpočet činitele vinutí a pro výpočet spřaženého toku. Pro určení indukčnosti lze počítat hlavní indukčnost a indukčnost diferenčního rozptylu dle (3.2) nahrazením δ'' hodnotou ($\delta_m + 2h_m$). Drážkový rozptyl se zde neuplatní. Při uvažování, že siločáry magnetického toku rozptylového pole čel se uzavírá pouze vzduchem v okolí čel (Obr. 54) je možné činitel magnetické vodivosti rozptylu čel definovat dle (3.18). Naopak za předpokladu, že se všechny siločáry uzavírají do železa statoru, lze předpokládat poloviční hodnotu oproti (3.18).



Obr. 54: Siločáry magnetického pole rozptylu čel vinutí [5]

Pro co největší zkrácení magnetické vzduchové mezery je možné použít planární cívky statorového vinutí (Obr. 35 - Obr. 37, Obr. 39). U statorů se zuby je vždy magnetický tok koncentrovaný a návrh stroje a výpočet parametrů náhradního schématu tím zjednodušený. Stroj se statorem bez zuba nemá tok takto koncentrovaný; cívka má navíc proměnnou plochu každého závitů a jednoduše určit velikost spřaženého toku a indukčnost vinutí je téměř nemožné. Tomuto uspořádání axiálních strojů bylo však zatím věnováno nejvíce práce a výsledky již jsou prezentovány v článku v IEEE Transaction on Energy Conversion [3]. Proto je tomuto stroji věnována samostatná část v kapitole věnující se návrhům axiálních strojů.

4 Návrhy strojů s axiálním tokem

Práce v oblasti strojů s axiálním tokem probíhá ve čtyřech směrech:

- Vývoj stroje s planárním vinutím
 - Projekt Zdeňka Franka + vývoj návrhového software deSAX [32] využívajícího analytický výpočet magnetického pole
 - Stav: stroj je sestavený, změřený a software je ověřený pomocí MKP a měření
 - Výstupy:
 - Funkční vzorek
 - Výzkumná zpráva – v přípravě
 - Software deSAX – hotový pro planární vinutí.

- Článek v IEEE TEC - splněno
 - Směr dalšího vývoje: použití vinutí na vícevrstvé DPS (Zdeněk Frank)
- Vývoj stroje s listěným statorem
 - Projekt Zdeňka Franka
 - Stav: Sestavený a změřený vzorek se zubovým vinutím a frézovanou drážkou. Možnost použít klasické analytické metody pro návrh
 - Výstupy:
 - Funkční vzorek
 - Výzkumná zpráva – v přípravě
 - Směr dalšího vývoje: Potvrzení návrhových metod, stroj s toroidním vinutím



Obr. 55: Model a fotografie vzorku stroje s axiálním tokem [30]

- Analýza stroje YASA P400RS
 - Samostatné zprávy
- Návrh axiálního stroje pro větrnou elektrárnu
 - Projekt se společností TES Vsetín, s.r.o.
 - Malý generátor s jedním statorem a jedním rotorem o výkonu 8 kW / 16 kW
 - Uzavřený stroj; chlazení přirozenou konvekcí
 - Samostatná zpráva

4.1 ***Návrh a ověření stroje bez železa na stator a planárním vinutím – vybrané partie***

Pro vyvinutý stroj s planárním vinutím jsou v této části vybrány nejzajímavější části jeho výpočtu a měření; detailnější informace jsou v [3]. Základní parametry tohoto stroje jsou shrnuty v Tab. 6.

Pro planární cívky dle Obr. 36 je nejdůležitější určit jejich činitel vinutí. Vinutí je odvozeno ze zubového; pro vnější závit cívky tak lze předpokládat, že je spřažena s plným krokem sousedního permanentního magnetu. Pokud mají všechny závity stejný tvar a jsou pouze škálované pomocí činitele x s lineárním rozložením v rozsahu $x \in \langle 1; 0 \rangle$, průměrný činitel vinutí cívky může být předpovězen jako

$$k_v = \int_0^1 x^2 = \frac{1}{3} \quad (4.1)$$

Na základě této hodnoty lze alespoň předběžně odhadnout požadovaný počet závitů v sérii. Reálný činitel vinutí lze navýšit protažením čel vnějších závitů přes okrajové průměry magnetů D_e a D_i a nepoužitím nevnitřnějších závitů, které mají minimální spřažený tok.

Tab. 6: Parametry stroje

Parameter	Unit	Value
Number of polepairs p	-	4
Number of rotors	-	2
Number of stators	-	1
Number of phases m	-	5
Number of turns per coil N_c	-	18
Number of coil layers n_c	-	2
Diameter ratio λ	-	0.57
Outer PM diameter D_o	mm	164
Inner PM diameter D_i	mm	94
PM cover ratio α_p	-	0.89
PM height h_m	mm	5
Coercivity H_c	kA/m	955
Remanent flux density B_r	T	1.25
Magnetic air gap length δ_m	mm	6.8
Outer coil diameter D_{oc}	mm	177
Inner coil diameter D_{ic}	mm	75
Wire diameter D_w	mm	1.0

Pro výpočet parametrů náhradního schématu je použit analytický popis magnetického pole ve vzduchové mezeře, který je díky absenci statorového železa velmi přesný. Hague [33] definoval v roce 1929 skalární magnetický potenciál vytvořený vodičem v oblasti mezikruží. Později použil Nene [34] stejnou techniku na obdélníkovou oblast, ze které je možné odvodit analytickou definici axiální i tangenciální složky magnetické indukce (více viz [3]).

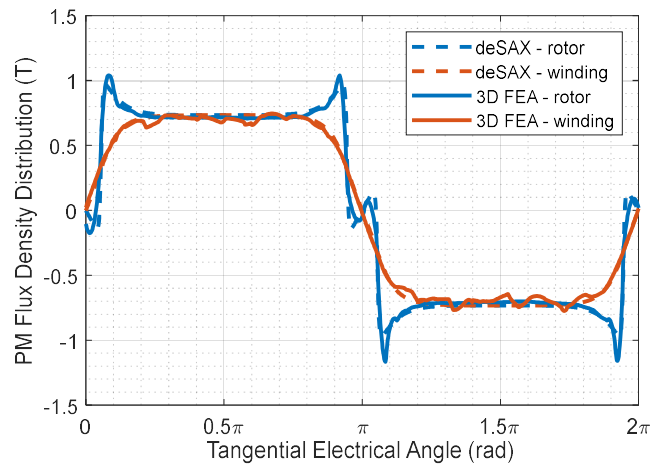
Tento postup je aplikován na ekvivalentní průřez na průměru D_1 dle Obr. 21. Velikost magnetizace magnetu M je definována jako

$$M = \frac{B_r}{\mu_0} + \chi_m H_m, \quad (4.2)$$

kde B_r je jeho remanentní indukce a χ_m je magnetická susceptibilita. Každý magnet může být nahrazen cívkou o N_m závitech a ekvivalentní povrchový proud této cívky je

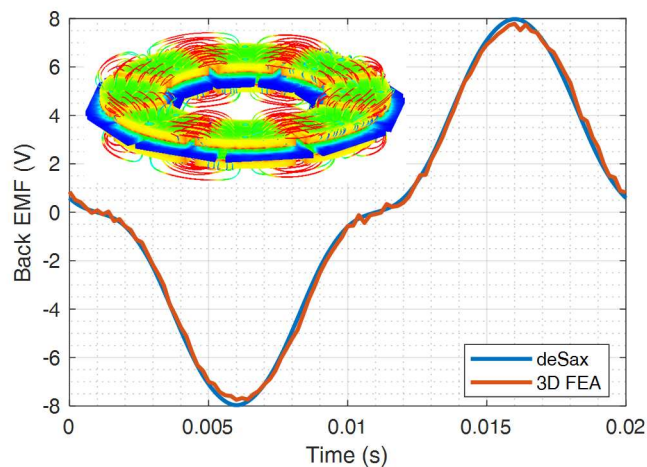
$$I_{cm} = \frac{M h_m}{N_m} \quad (4.3)$$

Na základě tohoto ekvivalentu může být vypočtena magnetická indukce v jakémkoliv bodě obdélníkové oblasti. Porovnání rozložení indukce vypočteného analyticky a pomocí 3D MKP je zobrazeno na Obr. 56.



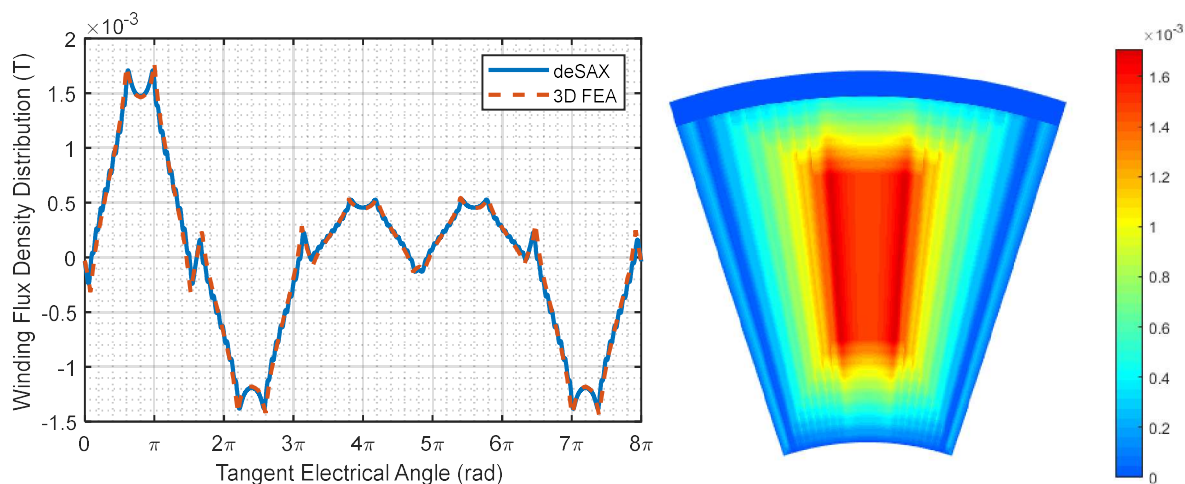
Obr. 56: Porovnání rozložení indukce vypočteného analyticky a pomocí 3D MKP [3]

Pro výpočet spřaženého toku je nutné znát umístění jednotlivých vodičů cívek v této oblasti. Na základě vnějších rozměrů cívky, rozměrů vodičů, mezery mezi nimi, počtu závitů a počtu axiálních vrstev cívek jsou analyticky vypočteny pozice vodičů. Díky tomu je určena pozice všech vodičů jedné fáze včetně radiální výšky cívky a je možné určit spřažený tok a indukované napětí pro každou pozici rotoru. Porovnání indukovaného napětí je zobrazeno na Obr. 57.



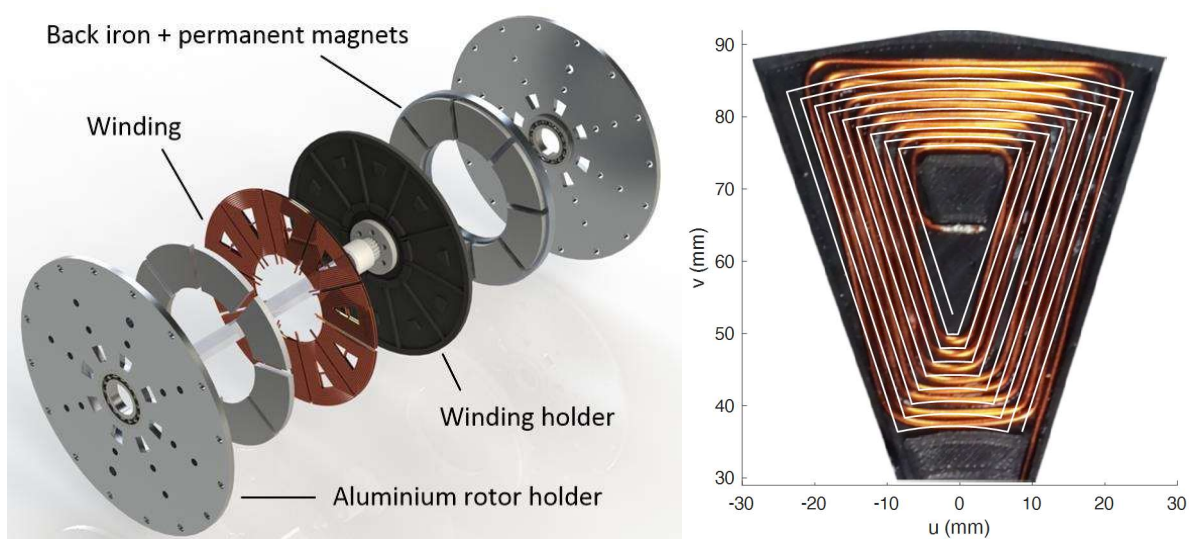
Obr. 57: Porovnání tvaru indukovaného napětí vypočteného analyticky a pomocí 3D MKP pro rychlost $n = 750$ ot/min [3]

Ze znalosti pozice vodičů je možné zanedbáním pole magnetů vypočítat rozložení pole vytvořeného všemi fázemi vinutí, určit spřažený tok s jednou fází a tím její indukčnost. Porovnání průběhů pole a předpokládané 2D rozložení toku produkovaného vinutím jsou zobrazeny na Obr. 58.



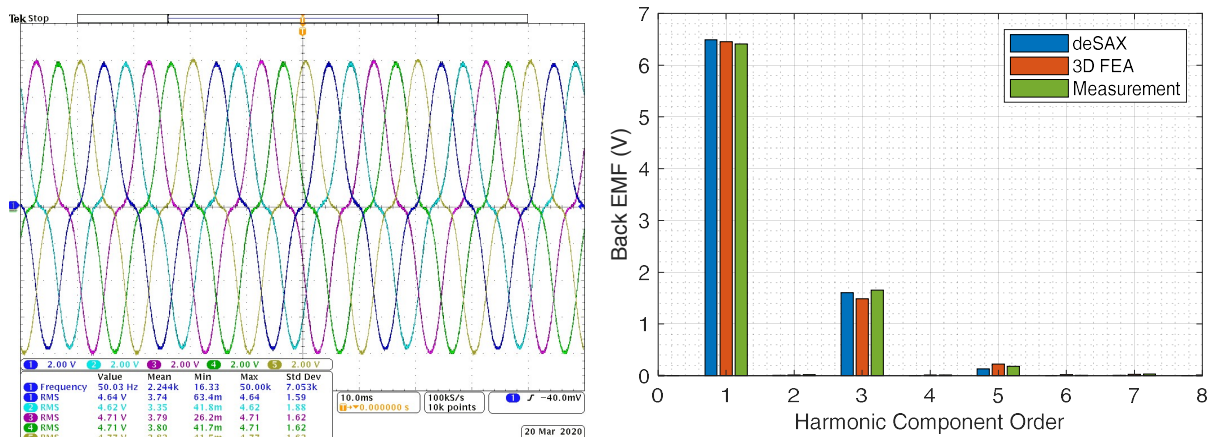
Obr. 58: Porovnání rozložení indukce produkované vinutím vypočteného analyticky a pomocí 3D MKP a zobrazení analyticky vypočteného 2D rozložení indukce

Na Obr. 59 je zobrazen rozložený pohled na model stroje a srovnání předpokládaného tvaru cívky s ručně vyrobeným tvarem.



Obr. 59: Rozložený pohled na sestavu stroje a porovnání analyticky vypočteného a vyrobeného tvaru cívky

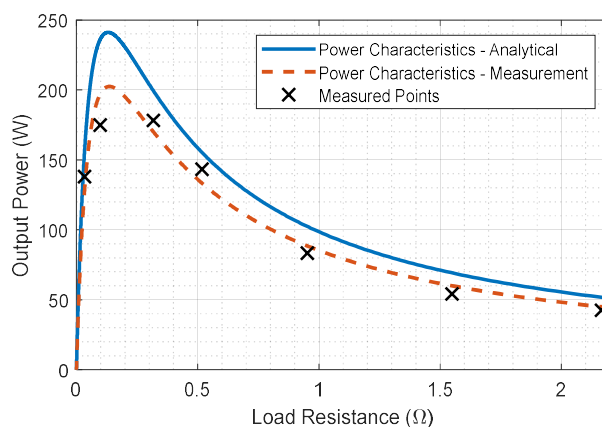
Parametry náhradního schématu stroje byly vypočteny analyticky, pomocí 3D MKP a změřeny. Zároveň bylo provedeno měření zatíženého stroje a vybrané výsledky jsou shrnuty na Obr. 60 a Obr. 61 a v Tab. 7.



Obr. 60: Rozložený pohled na sestavu stroje a porovnání analyticky vypočteného a

Tab. 7: Porovnání změřených a vypočtených hodnot

Parameter	Unit	deSAX	3D FEA	Measurement
Winding Resistance R_a @20°C	mΩ	103.8	-	103.7 ± 2.4 %
Direct axis inductance L_d	μH	30.6	35.6	29.5 ± 3.1 %
Quadrature axis inductance L_q	μH		35.7	
Reactance X_d @750 rpm	mΩ	9.6	11.2	9.3
Impedance Z_d @750 rpm	mΩ	104.2	-	104.1
Flux Linkage Ψ	mWb	21.3	18.9	-
RMS of back EMF E @750 rpm	V	4.73	4.69	4.69 ± 1.6 %



Obr. 61: Rozložený pohled na sestavu stroje a porovnání analyticky vypočteného a

Jak je patrné z výsledků, tento stroj má malý spřažený tok a svoji indukčnost. To je způsobeno velkou magnetickou vzduchovou mezerou a malým činitelem vinutí, který z porovnání toku vzduchovou mezerou a spřaženého toku dle (2.5) má hodnotu $k_v = 0,5$. Pro zvolenou rychlost má reaktance vinutí téměř zanedbatelnou hodnotu oproti jeho odporu; tím se výstupní výkon stroje stává silně závislý na teplotě vinutí. Z tohoto pohledu jsou stroje bez železa statoru s planárním vinutím vhodné převážně pro vysokorychlostní aplikace.

5 Závěr

Sestavením této výzkumné zprávy bylo objeveno několik neprobádaných oblastí, na které je možné se zaměřit:

- Výkonová rovnice a hledání optimálního poměru λ . V žádné dostupné literatuře nebyla objevena definice střední lineární obvodové proudové hustoty dle (2.23). Zároveň veškerá literatura používá jednoduše matematicky odvozený ideální poměr λ ; je však patrné, že ten se bude měnit s typem stroje s axiálním tokem i jeho druhem chlazení. Tato záležitost byla již částečně konzultována s kolegy zabývajícími se teplem pro vodní chlazení pláštěm, protože tato varianta je aktuální v řešení projektu. Detailní zhodnocení je shrnuto v kapitole 2.3. Další samostatnou kapitolou úzce související s touto problematikou je srovnání strojů s radiálním a axiálním tokem.
- Odlišnosti elektromagnetického návrhu různých konstrukčních uspořádání. Tato zpráva slouží jako shrnutí a přehled těch nejvýznamnějších odlišností; nejzajímavější z tohoto pohledu jsou stroje neobsahující jho (YASA) a stroje kompletně bez železa na statoru (coreless). Kompletní přehled je v kapitole 3.2 a výsledky shrnuty v rámci každé dílčí podkapitoly.

Literatura

- [1] HRUŠKA, K., LAKSAR, J. *Zobecnění vztahu pro činitel rozlohy pro jednovrstvá a dvouvrstvá vinutí*. Západočeská univerzita v Plzni, 2019.
- [2] LAKSAR, J. *Vybrané partie z návrhu generátoru GSP355L12*. TES VSETÍN s.r.o., 2020.
- [3] FRANK, Z., LAKSAR, J. Analytical Design of Coreless Axial-Flux Permanent Magnet Machine with Planar Coils. In *IEEE Transactions on Energy Conversion*, doi: 10.1109/TEC.2021.3050502.
- [4] KOPYLOV, I. P. *Stavba elektrických strojů*. 1. vyd. Praha 1: Státní nakladatelství technické literatury, 1988, 685 s. ISBN 04-532-88
- [5] PYRHÖNEN, J., JOKINEN, T., HRABOVCOVA, V. *Design of Rotating Electrical Machines*, 2nd ed., Chichester, England, John Wiley & Sons Ltd, 2014. ISBN 978-1-118-58157-5.
- [6] HUANG, S., LUO, J., LEONARDI, F., LIPO, T. A. A comparison of power density for axial flux machines based on general purpose sizing equations. in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 14, no. 2, pp. 185-192, June 1999, doi: 10.1109/60.766982.
- [7] PARVIAINEN, A., NIEMELA, M., PYRHÖNEN, J., MANTERE, J. Performance comparison between low-speed axial-flux and radial-flux permanent-magnet machines including mechanical constraints. *IEEE International Conference on Electric Machines and Drives*, 2005., San Antonio, TX, USA, 2005, pp. 1695-1702, doi: 10.1109/IEMDC.2005.195948.
- [8] KAHOURZADE, S., MAHMOUDI, A., RAHIM, N. A., PING, H. W. Sizing equation and Finite Element Analysis optimum design of axial-flux permanent-magnet motor for electric vehicle direct drive. *2012 IEEE International Power Engineering and Optimization Conference Melaka, Malaysia, Melaka, Malaysia, 2012*, pp. 1-6, doi: 10.1109/PEOCO.2012.6230826.
- [9] MAHMOUDI, A., KAHOURZADE, S., RAHIM, N. A., HEW, W. P. Design, Analysis, and Prototyping of an Axial-Flux Permanent Magnet Motor Based on Genetic Algorithm and Finite-Element Analysis. in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 4, pp. 1479-1492, April 2013, doi: 10.1109/TMAG.2012.2228213.
- [10] DAGHIGH, A., JAVADI, H., TORKAMAN, H. Optimal Design of Coreless Axial Flux Permanent Magnet Synchronous Generator with Reduced Cost Considering Improved PM Leakage Flux Model. *Electric Power Components and Systems*, 45:3, 264-278, 2017. doi: 10.1080/15325008.2016.1248248
- [11] HABIB, A., CHE, H.S., RAHIM, N.A., TOUSIZADEH, M., SULAIMAN, E. A fully coreless Multi-Stator Multi-Rotor (MSMR) AFPM generator with combination of conventional and Halbach magnet arrays. *Alexandria Engineering Journal*, Volume 59, Issue 2, 2020, Pages 589-600. ISSN 1110-0168. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2020.01.039>.
- [12] CARICCHI, F., CRESCIMBINI, F., FEDELI, E., NOIOA, G. Design and construction of a wheel-directly-coupled axial-flux PM motor prototype for EVs. *Proceedings of 1994 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, Denver, CO, USA, 1994, pp. 254-261 vol.1, doi: 10.1109/IAS.1994.377477.
- [13] CHAN, T. F., LAI, L. L. An Axial-Flux Permanent-Magnet Synchronous Generator for a Direct-Coupled Wind-Turbine System. in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 22, no. 1, pp. 86-94, March 2007, doi: 10.1109/TEC.2006.889546.

- [14] GENG, W., ZHANG, Z. Analysis and Implementation of New Ironless Stator Axial-Flux Permanent Magnet Machine With Concentrated Nonoverlapping Windings. in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 33, no. 3, pp. 1274-1284, Sept. 2018, doi: 10.1109/TEC.2018.2799172.
- [15] GIERAS, J. F., WANG, R.-J., KAMPER, M. J. *Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines*, 2nd ed., Springer Netherlands, 2008. ISBN 978-1-4020-6993-2.
- [16] CAMPBELL, P. *Principles of a permanent-magnet axial-field d.c. machine* vol. 121, no. 12, pp. 1489-1494, December 1974, doi: 10.1049/piee.1974.0311
- [17] LAKSAR, J. Improved calculation of the slot leakage inductance of different slot shapes. *ELECTRICAL ENGINEERING*, 2020, roč. 102, č. 3, s. 1129-1139. ISSN: 0948-7921
- [18] AMIN, S., KHAN, S., HUSSAIN BUKHARI, S. S. A Comprehensive Review on Axial Flux Machines and Its Applications. *2019 2nd International Conference on Computing, Mathematics and Engineering Technologies (iCoMET)*, Sukkur, Pakistan, 2019, pp. 1-7, doi: 10.1109/ICOMET.2019.8673422.
- [19] *Drive eO – Electric Race Car Design and Engineering* – facebookový profil [online]. [cit. 9.2.2021]. Dostupné z: <https://www.facebook.com/driveeo>
- [20] TIEGNA, H., BELLARA, A., AMARA, Y., BARAKAT, G. Analytical Modeling of the Open-Circuit Magnetic Field in Axial Flux Permanent-Magnet Machines With Semi-Closed Slots. in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 3, pp. 1212-1226, March 2012, doi: 10.1109/TMAG.2011.2171979.
- [21] MAHMOUDI, A., KAHOURZADE, S., RAHIM, N. A., HEW, W. P. Design, Analysis, and Prototyping of an Axial-Flux Permanent Magnet Motor Based on Genetic Algorithm and Finite-Element Analysis. in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 4, pp. 1479-1492, April 2013, doi: 10.1109/TMAG.2012.2228213.
- [22] ZHANG, B., SEIDLER, T., DIERKEN, R. DOPPELBAUER, M. Development of a Yokeless and Segmented Armature Axial Flux Machine. in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, no. 4, pp. 2062-2071, April 2016, doi: 10.1109/TIE.2015.2500194.
- [23] *YASA Limited*. [online]. [cit. 9.3.2020] Dostupné z: <https://www.yasa.com>
- [24] NEETHU, S., NIKAM, S. P., SINGH, S., PAL, S., WANKHEDE, A. K., FERNANDES, B. G. High-Speed Coreless Axial-Flux Permanent-Magnet Motor With Printed Circuit Board Winding. in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 55, no. 2, April 2019, doi: 10.1109/TIA.2018.2872155
- [25] JANG, G.-H., KOO, M.-M., KIM, J.-M., CHOI, J.-Y. Torque characteristic analysis and measurement of axial flux-type non-contact permanent magnet device with Halbach array based on 3D analytical method. In *AIP Advances*, vol. 7, no. 5, 2017, doi: 10.1063/1.4974494
- [26] TARAN, N., HEINS, G., RALLABANDI, V., PATTERSON, D., IONEL, D. M. Systematic Comparison of Two Axial Flux PM Machine Topologies: Yokeless and Segmented Armature versus Single Sided. *2019 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, 2019. doi: 10.1109/ECCE.2019.8913104
- [27] MICKLITZ, T. HOFMANN, W. Design of a distributed winding on a ceramic carrier for an ironless, high speed axial-flux PM-machine. *2017 20th International Conference on*

- Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, Sydney, NSW, 2017, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICEMS.2017.8056198.
- [28] GENG, W., ZHANG, Z. Analysis and Implementation of New Ironless Stator Axial-Flux Permanent Magnet Machine With Concentrated Nonoverlapping Windings. in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 33, no. 3, pp. 1274-1284, Sept. 2018, doi: 10.1109/TEC.2018.2799172.
 - [29] Archiv autora
 - [30] Archiv Zdeňka Franka
 - [31] LAKSAR, J. *Metody pro analýzu vlastností speciálních typů vinutí elektrických strojů točivých*. Západočeská univerzita v Plzni, 2019
 - [32] LAKSAR, J. . *deSAX*. 2020
 - [33] HAGUE, B. *Electromagnetic Problems in Electrical Engineering*. London, U.K.: Oxford Univ. Press, 1929.
 - [34] NENE, V. D. a kol. *Magnetic Permeance of Identical Double Slotting of Finite Depth*. Research Report 7201GO-UNCOS-P1, Westinghouse Research Laboratories, Pittsburgh PA, 1972.

Příloha 1 – Detailní tabulky vypočtených hodnot při referenčním návrhu sady strojů (viz 2.2.7)

Pro parametry stroje definované v 2.2.7 jsou v této příloze shrnuty vypočtené hodnoty pro všechny počítané kombinace počtu pólů a poměru λ pro přístup s definovanou hustotou ztrát na vnitřním průměru D_i i pro přístup respektující vliv ztrát ve vnitřních čelech.

Tab. 8: Vypočtené hodnoty stroje s $p = 1$ pro definovanou hustotu ztrát na průměru D_i

λ	k_{ξ} [-]	K_{Cud} [-]	m [kg]	$A@D_A$ [A/m]	C [W/m3ot]	S_i [VA]	s_i [VA/kg]
0.1	1.2	0.011	107.0	13755	1876.1	9800	91.6
0.2	1.2	0.021	103.9	21532	2672.5	17216	165.7
0.3	1.2	0.030	97.6	27690	3148.6	22489	230.3
0.4	1.2	0.037	92.5	32751	3419.3	25391	274.4
0.5	1.2	0.044	87.0	37084	3574.9	26110	300.0
0.6	1.2	0.050	78.9	40603	3583.8	24246	307.2
0.7	1.2	0.057	70.5	44456	3595.7	20822	295.4
0.8	1.2	0.063	61.1	47541	3563.4	15522	253.8
0.9	1.2	0.067	50.9	50362	3536.2	8609	169.3

Tab. 9: Vypočtené hodnoty stroje s $p = 2$ pro definovanou hustotu ztrát na průměru D_i

λ	k_{ξ} [-]	K_{Cud} [-]	m [kg]	$A@D_A$ [A/m]	C [W/m3ot]	S_i [VA]	s_i [VA/kg]
0.1	1.3	0.016	72.8	12664	1713.8	8953	123.0
0.2	1.3	0.030	69.3	19955	2425.0	15622	225.4
0.3	1.3	0.047	61.4	26234	2886.8	20619	336.0
0.4	1.3	0.061	55.4	31141	3098.4	23007	415.5
0.5	1.3	0.072	51.6	35281	3197.5	23353	453.0
0.6	1.3	0.085	45.7	38894	3190.7	21587	472.4
0.7	1.3	0.096	39.6	42179	3132.1	18138	457.9
0.8	1.3	0.110	33.0	45521	3018.3	13148	398.0
0.9	1.3	0.121	26.7	48297	2940.5	7159	267.9

Tab. 10: Vypočtené hodnoty stroje s $p = 3$ pro definovanou hustotu ztrát na průměru D_i

λ	k_{ξ} [-]	K_{Cud} [-]	m [kg]	$A@D_A$ [A/m]	C [W/m3ot]	S_i [VA]	s_i [VA/kg]
0.1	1.3	0.020	56.8	12117	1569.7	8200	144.3
0.2	1.3	0.039	53.7	19166	2199.6	14170	264.0
0.3	1.3	0.061	46.5	25513	2630.3	18787	404.0
0.4	1.3	0.082	40.8	30639	2812.9	20888	511.5
0.5	1.3	0.101	36.5	34713	2856.3	20862	571.2
0.6	1.3	0.120	32.7	38449	2846.1	19255	589.1
0.7	1.3	0.142	27.3	42028	2666.9	15444	565.7
0.8	1.3	0.157	23.4	44769	2618.8	11407	488.2
0.9	1.3	0.173	18.9	47243	2522.8	6142	325.1

Tab. 11: Vypočtené hodnoty stroje s $p = 4$ pro definovanou hustotu ztrát na průměru D_i

λ	k_{ε} [-]	K_{Cud} [-]	m [kg]	$A@D_A$ [A/m]	C [W/m3ot]	S_i [VA]	s_i [VA/kg]
0.1	1.51	0.021	50.0	11712	1473.4	7697	154.0
0.2	1.44	0.047	47.1	20292	2338.7	15066	320.1
0.3	1.36	0.070	43.7	26528	2820.1	20143	460.9
0.4	1.29	0.088	40.0	30807	3041.5	22585	565.1
0.5	1.26	0.095	36.0	32302	2985.8	21808	606.1
0.6	1.22	0.102	31.3	33830	2922.5	19772	632.5
0.7	1.18	0.107	25.9	35168	2858.9	16556	640.0
0.8	1.14	0.112	19.8	36386	2800.8	12200	615.9
0.9	1.10	0.118	13.1	37726	2747.7	6689	510.7

Tab. 12: Vypočtené hodnoty stroje s $p = 5$ pro definovanou hustotu ztrát na průměru D_i

λ	k_{ε} [-]	K_{Cud} [-]	m [kg]	$A@D_A$ [A/m]	C [W/m3ot]	S_i [VA]	s_i [VA/kg]
0.1	1.52	0.021	46.2	10632	1325.2	6923	149.9
0.2	1.44	0.050	43.2	19528	2230.1	14367	332.2
0.3	1.36	0.077	39.9	26162	2759.7	19711	494.1
0.4	1.31	0.091	36.5	28793	2818.4	20929	573.6
0.5	1.27	0.097	32.7	29569	2733.2	19962	610.4
0.6	1.23	0.107	28.3	31470	2695.5	18236	644.9
0.7	1.19	0.112	23.2	32536	2622.8	15189	654.5
0.8	1.15	0.118	17.6	33469	2569.5	11193	636.4
0.9	1.11	0.125	11.4	35088	2530.8	6161	541.6

Tab. 13: Vypočtené hodnoty stroje s $p = 6$ pro definovanou hustotu ztrát na průměru D_i

λ	k_{ε} [-]	K_{Cud} [-]	m [kg]	$A@D_A$ [A/m]	C [W/m3ot]	S_i [VA]	s_i [VA/kg]
0.1	1.52	0.021	40.3	10169	1067.2	5575	138.5
0.2	1.45	0.054	37.5	19360	1869.5	12044	321.5
0.3	1.37	0.087	34.4	26278	2358.9	16849	490.4
0.4	1.29	0.117	30.9	31811	2645.8	19647	635.4
0.5	1.24	0.128	27.6	33314	2566.2	18743	679.8
0.6	1.21	0.136	23.9	33988	2483.0	16799	702.2
0.7	1.17	0.142	19.6	34919	2391.8	13851	706.6
0.8	1.13	0.149	14.9	35700	2322.1	10115	680.9
0.9	1.11	0.146	9.6	33332	2252.3	5483	568.8

Tab. 14: Vypočtené hodnoty stroje s $p = 1$ s uvažováním ztrát v čelech

λ	k_{ε} [-]	K_{Cud} [-]	m [kg]	$A@D_A$ [A/m]	C [W/m3ot]	S_i [VA]	s_i [VA/kg]
0.1	1.2	0.011	107.0	16532	2254.8	11779	110.0
0.2	1.2	0.021	103.9	19773	2454.2	15810	152.2
0.3	1.2	0.030	97.6	21347	2427.3	17337	177.5
0.4	1.2	0.037	92.5	22161	2313.7	17181	185.7
0.5	1.2	0.044	87.0	22782	2196.2	16040	184.3
0.6	1.2	0.050	78.9	22751	2008.1	13586	172.1
0.7	1.2	0.057	70.5	23375	1890.6	10948	155.3
0.8	1.2	0.063	61.1	23420	1755.4	7646	125.0
0.9	1.2	0.067	50.9	23425	1644.8	4004	78.7

Tab. 15: Vypočtené hodnoty stroje s $p = 2$ s uvažováním ztrát v čelech

λ	k_{ε} [-]	K_{Cud} [-]	m [kg]	$A@D_A$ [A/m]	C [W/m3ot]	S_i [VA]	s_i [VA/kg]
0.1	1.3	0.016	72.8	19806	2680.3	14002	192.3
0.2	1.3	0.030	69.3	25127	3053.6	19671	283.9
0.3	1.3	0.047	61.4	27999	3081.1	22007	358.6
0.4	1.3	0.061	55.4	29299	2915.1	21646	390.9
0.5	1.3	0.072	51.6	30520	2766.0	20202	391.8
0.6	1.3	0.085	45.7	31082	2549.8	17251	377.5
0.7	1.3	0.096	39.6	31465	2336.5	13531	341.6
0.8	1.3	0.110	33.0	31953	2118.7	9229	279.3
0.9	1.3	0.121	26.7	32111	1955.1	4760	178.1

Tab. 16: Vypočtené hodnoty stroje s $p = 3$ s uvažováním ztrát v čelech

λ	k_{ε} [-]	K_{Cud} [-]	m [kg]	$A@D_A$ [A/m]	C [W/m3ot]	S_i [VA]	s_i [VA/kg]
0.1	1.3	0.020	56.8	21401	2772.3	14482	254.8
0.2	1.3	0.039	53.7	27923	3204.4	20643	384.6
0.3	1.3	0.061	46.5	31452	3242.6	23161	498.0
0.4	1.3	0.082	40.8	33418	3068.1	22782	557.9
0.5	1.3	0.101	36.5	34713	2856.3	20862	571.2
0.6	1.3	0.120	32.7	36087	2671.2	18072	552.9
0.7	1.3	0.142	27.3	36472	2314.4	13402	491.0
0.8	1.3	0.157	23.4	36952	2161.6	9416	402.9
0.9	1.3	0.173	18.9	37136	1983.1	4828	255.5

Tab. 17: Vypočtené hodnoty stroje s $p = 4$ s uvažováním ztrát v čelech

λ	k_{ε} [-]	K_{Cud} [-]	m [kg]	$A@D_A$ [A/m]	C [W/m3ot]	S_i [VA]	s_i [VA/kg]
0.1	1.51	0.021	50.0	23378	2941.1	15364	307.4
0.2	1.44	0.047	47.1	36900	4252.8	27397	582.0
0.3	1.36	0.070	43.7	44735	4755.5	33967	777.3
0.4	1.29	0.088	40.0	48429	4781.3	35504	888.3
0.5	1.26	0.095	36.0	46677	4314.6	31512	875.8
0.6	1.22	0.102	31.3	45147	3900.1	26386	844.1
0.7	1.18	0.107	25.9	43678	3550.6	20561	794.8
0.8	1.14	0.112	19.8	42450	3267.6	14233	718.5
0.9	1.10	0.118	13.1	41612	3030.8	7379	563.3

Tab. 18: Vypočtené hodnoty stroje s $p = 5$ s uvažováním ztrát v čelech

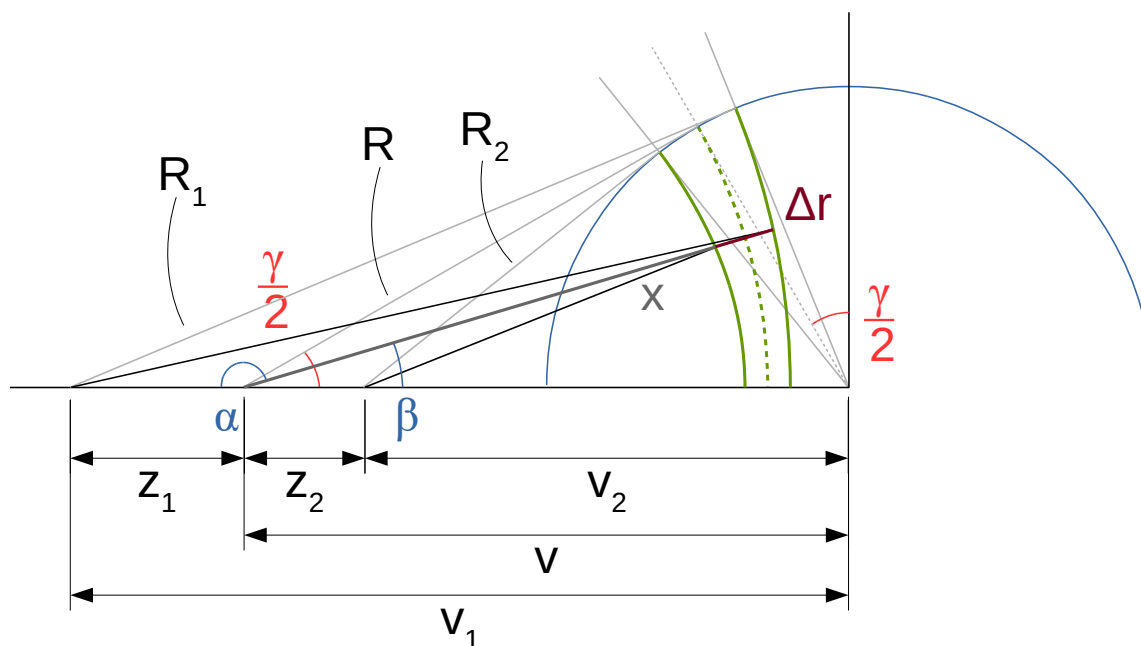
λ	k_{ε} [-]	K_{Cud} [-]	m [kg]	$A@D_A$ [A/m]	C [W/m3ot]	S_i [VA]	s_i [VA/kg]
0.1	1.52	0.021	46.2	22312	2780.9	14527	314.6
0.2	1.44	0.050	43.2	37521	4285.0	27604	638.3
0.3	1.36	0.077	39.9	47131	4971.6	35510	890.1
0.4	1.31	0.091	36.5	48515	4749.0	35264	966.4
0.5	1.27	0.097	32.7	46569	4304.6	31440	961.3
0.6	1.23	0.107	28.3	46405	3974.7	26891	951.0
0.7	1.19	0.112	23.2	45010	3628.4	21012	905.5
0.8	1.15	0.118	17.6	44016	3379.3	14720	837.0
0.9	1.11	0.125	11.4	43889	3165.6	7707	677.5

Tab. 19: Vypočtené hodnoty stroje s $p = 6$ s uvažováním ztrát v čelech

λ	k_{ε} [-]	K_{Cud} [-]	m [kg]	$A@D_A$ [A/m]	C [W/m3ot]	S_i [VA]	s_i [VA/kg]
0.1	1.52	0.021	40.3	21017	2205.8	11523	286.2
0.2	1.45	0.054	37.5	37241	3596.3	23167	618.5
0.3	1.37	0.087	34.4	47945	4303.9	30741	894.7
0.4	1.29	0.117	30.9	55340	4602.8	34178	1105.4
0.5	1.24	0.128	27.6	54845	4224.7	30856	1119.1
0.6	1.21	0.136	23.9	53190	3885.9	26290	1098.9
0.7	1.17	0.142	19.6	51652	3537.9	20488	1045.2
0.8	1.13	0.149	14.9	50522	3286.2	14315	963.6
0.9	1.11	0.146	9.6	46671	3153.6	7677	796.4

Každá elementární vrstva je definována středovým úhlem γ . V rámci každé vrstvy je proměnná délka siločáry Δr . Proto je vhodné dle Obr. 62 zavést úhel β v rozsahu

pro každou elementární vrstvu. Magnetická vodivost elementárních vrstev bude vyšetřena numerickou integrací; středový úhel γ je navzorkován a pro každou po sobě jdoucí dvojici vzorků je určena jejich střední hodnota, která představuje úhel γ dle Obr. 62.



Vzdálenosti v , v_1 , v_2 a poloměry R , R_1 , R_2 jsou definovány dle (3.31) a (3.32) a úhel α je vedlejší úhel k úhlu β ; $\alpha = \pi - \beta$. Délky úseček z_1 a z_2 jsou definovány jako

Délku úsečky x lze odvodit pomocí kosinové věty z trojúhelníku pomocí úseček R_2 a z_2 a úhlu β jako

A obdobně lze odvodit součet $x + \Delta r$ pomocí úseček R_1 a z_1 a úhlu α .

Hledaná délka elementární vrstvy v daném bodě je určena jako

$$\Delta r(\gamma, \beta) = z_1 \cos \alpha + \sqrt{R_1^2 + z_1^2 (\cos^2 \alpha - 1)} - z_2 \cos \beta - \sqrt{R_2^2 + z_2^2 (\cos^2 \beta - 1)} \quad (5.5)$$

Magnetická vodivost jednoho elementu jedné elementární vrstvy (uvažována jednotková hloubka úlohy) je

$$dd\Lambda(\gamma, \beta) = \mu_0 \frac{dS(\gamma, \beta)}{\Delta r(\gamma, \beta)} = \mu_0 \frac{R(\gamma)}{\Delta r(\gamma, \beta)} d\beta(\gamma) \quad (5.6)$$

a magnetická vodivost jedné elementární vrstvy je

$$d\Lambda_a(\gamma) = \int_0^{\frac{\gamma}{2}} \mu_0 \frac{R(\gamma)}{\Delta r(\gamma, \beta)} d\beta(\gamma) = \mu_0 R(\gamma) \int_0^{\frac{\gamma}{2}} \frac{d\beta(\gamma)}{\Delta r(\gamma, \beta)} \quad (5.7)$$

Seznam obrázků

Obr. 1: Zploštělé rozložení indukce ve vzduchové mezeře stroje s povrchovými permanentními magnety	10
Obr. 2: Časový průběh spřaženého toku	10
Obr. 3: Časový průběh indukovaného napětí	11
Obr. 4: Souosá poloha magnetu a dvou skupin cívkových stran s krokem vinutí $y_{1d} = 6$	12
Obr. 5: Souosá poloha magnetu a dvou skupin cívkových stran s krokem vinutí $y_{1d} = 7$	13
Obr. 6: Závislost činitelů opisujících tvar pole ve vzduchové mezeře na pólovém krytí permanentního magnetu	14
Obr. 7: Principiální schéma stroje s radiálním tokem (a) a s axiálním tokem (b) se stejnými vnějšími rozměry	15
Obr. 8: Ekvivalentní rozměry stroje s axiálním tokem	16
Obr. 9: Porovnání středního průměru D_A a D_1 a příslušné hodnoty lineární obvodové proudové hustoty	17
Obr. 10: Normované porovnání závislosti výkonu na poměru λ	21
Obr. 11: Závislost činitele $K_{\check{c}d}$ na poměru λ pro různé počty pólů vsypávaného postupného vinutí a činitel zkrácení kroku $\beta = 5/6$	23
Obr. 12: Závislost činitele $K_{\check{c}d}$ na poměru λ pro různé počty pólů zubového vinutí a činitel zkrácení kroku $\beta = 5/6$	24
Obr. 13: Optimální hodnota činitele λ v závislosti na počtu pólů pro $\beta = 5/6$ a $K_{Cud} = 0,15$	26
Obr. 14: Závislost výkonové hustoty na poměru λ pro různý počet pólů pro $\beta = 5/6$ a $K_{Cud} = 0,15$	26
Obr. 15: Závislost výkonu na poměru λ pro různý počet pólů navržených strojů s podmínkou maximální plošné hustoty ztrát	28
Obr. 16: Závislost výkonové hustoty na poměru λ pro různý počet pólů navržených strojů s podmínkou maximální plošné hustoty ztrát	29
Obr. 17: Závislost výkonu na poměru λ pro různý počet pólů navržených strojů se zahrnutím ztrát vnitřních čel	30
Obr. 18: Závislost výkonové hustoty na poměru λ pro různý počet pólů navržených strojů se zahrnutím ztrát vnitřních čel	31
Obr. 19: Principiální struktura bezdrážkového stroje se dvěma rotory a toroidním jádrem statoru s tangenciálním směrem toku (a) a vyznačené siločáry magnetického pole (b) [12]	32
Obr. 20: Závislost účinnosti, momentu a hustoty momentu pro 16-pólový stroj [12]	33
Obr. 21: Částečný řez stroje s axiálním tokem (a) a zjednodušený dvojrozměrný model (b) ..	35
Obr. 22: Pohled na polovinu statoru s naznačenými drážkami a výsečovými magnety se středem shodným se jhem statoru (a) a posunutým středem (b)	36
Obr. 23: Principiální řez stojem s jedním statorem a rotorem (a) [15] a model (b) [20]	37
Obr. 24: Principiální řez stojem se dvěma statory a jedním rotorem [15], [18]	37
Obr. 25: Principiální řez stojem s jedním statorem a dvěma rotory a jeho model [15], [18] ..	37
Obr. 26: Principiální řez stojem s více statory a rotory [15], [18]	38
Obr. 27: Použití tří mechanicky spojených strojů YASA [19]	38
Obr. 28: Principiální schéma stroje s jedním magnetickým obvodem (a) a s magnetickým obvodem rozděleným na více dílčích částí (b) [18]	39
Obr. 29: Připravený magnetický obvod statoru s drážkami (a) a navinutý stator (b) [21]	40

Obr. 30: Segment statoru před a po zalití do epoxidové pryskyřice [22]	40
Obr. 31: Halbachovo axiální uspořádání magnetů [24]	40
Obr. 32: Schéma axiálního Halbachova pole a vyrobený prototyp [25]	41
Obr. 33: Stator se zubovým vinutím [26]	41
Obr. 34: Keramické pouzdro nenavinuté a s vloženým postupným vinutím [27]	42
Obr. 35: Principiální topologie stroje s planárními cívkami a foto statoru a rotoru prototypu [28]	42
Obr. 36: Ručně navíjené planární vinutí a umístění v plastovém pouzdře před zalitím [3], [29], [30]	43
Obr. 37: Planární vinutí řezané laserem [30]	43
Obr. 38: Postupné třífázové šestivrstvé PCB vinutí – základní struktura, kompletní vinutí a vyrobený stator [24].....	44
Obr. 39: Planární vinutí na frézované oboustranné DPS [30]	44
Obr. 40: Principiální schéma stroje s jedním magnetickým obvodem (a) a s magnetickým obvodem rozděleným na více dílčích částí (b) [18].....	45
Obr. 41: Porovnání siločar rozptylového toku polouzavřené drážky se jhem (a) a bez jha (b) včetně vyznačení základních rozměrů	49
Obr. 42: Výpočet rozptylové indukčnosti polouzavřené drážky	50
Obr. 43: Výpočet rozptylové indukčnosti otevřené drážky včetně okrajového jevu	50
Obr. 44: Geometrie prostoru čel	52
Obr. 45: Siločáry rozptylového toku čel v oblasti vinutí.....	53
Obr. 46: Siločáry rozptylového toku čel v oblasti okolí statoru	53
Obr. 47: Grafický popis výpočtu elementu magnetické vodivosti rozptylové cesty „a“	54
Obr. 48: Porovnání činitele magnetické vodivosti oblastí „a“ a „b“ získaného numerickou integrací a jeho aproximace.....	55
Obr. 49: Siločáry rozptylového toku čel vzniklého díky vzduchové mezeře	56
Obr. 50: Porovnání činitele magnetické vodivosti λ_{c2} určeného v cylindrickém a kartézském souřadném systému.....	57
Obr. 51: Výpočet činitele magnetické vodivosti rozptylu čel pro kruhovou oblast.....	58
Obr. 52: Výpočet činitele magnetické vodivosti rozptylu čel pro obdélníkovou oblast	59
Obr. 53: Přibližný přehled směru jednotlivých siločar	59
Obr. 54: Siločáry magnetického pole rozptylu čel vinutí [5]	61
Obr. 55: Model a fotografie vzorku stroje s axiálním tokem [30].....	62
Obr. 56: Porovnání rozložení indukce vypočteného analyticky a pomocí 3D MKP [3].....	64
Obr. 57: Porovnání tvaru indukovaného napětí vypočteného analyticky a pomocí 3D MKP pro rychlost $n = 750$ ot/min [3]	64
Obr. 58: Porovnání rozložení indukce produkované vinutím vypočteného analyticky a pomocí 3D MKP a zobrazení analyticky vypočteného 2D rozložení indukce.....	65
Obr. 59: Rozložený pohled na sestavu stroje a porovnání analyticky vypočteného a vyrobeného tvaru cívky.....	65
Obr. 60: Rozložený pohled na sestavu stroje a porovnání analyticky vypočteného a.....	66
Obr. 61: Rozložený pohled na sestavu stroje a porovnání analyticky vypočteného a.....	66
Obr. 62: Grafické odvození výpočtu elementu magnetické vodivosti $d\Lambda_a$	75

Historie revizí

Rev.	Kapitola	Popis změny	Datum	Jméno
0	2	První publikování dokumentu	24.02.2021	laksar
1	2	Minoritní úpravy	8.3.2021	laksar
2	1, 3-5	Publikování dokumentu	15.3.2021	laksar
3	3	Doplnění výpočtu indukčnosti	2.9.2021	laksar